

تأثیر مقیاس زمان در شبیه‌سازی جریان‌ات با سطح آزاد با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

سیده لیلا رضوی طوسی^{۱*}، سید علی ایوب‌زاده^۲ و علیرضا ولی‌زاده^۳

^{۱*} - دانشجوی دکتری سازه‌های آبی دانشگاه تربیت مدرس

^۲ - دانشیار گروه سازه‌های آبی دانشگاه تربیت مدرس

^۳ - استادیار دانشگاه لرستان، خرم‌آباد

تاریخ پذیرش: ۸۹/۹/۲۷

تاریخ دریافت: ۸۸/۲/۱۲

چکیده

جریان‌ات با سطح آزاد در علوم هیدرودینامیک و هیدرولیک دارای اهمیت زیادی می‌باشند. شبیه‌سازی این جریان‌ات به علت شرط مرزی متحرک آن‌ها مشکل می‌باشد. روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) یک روش ذره‌ای، لاگرانژی و بدون شبکه‌بندی است که در شبیه‌سازی جریان‌ات با سطح آزاد مانند شکست سد به کار برده می‌شود. یکی از مشکلاتی که در شبیه‌سازی SPH وجود دارد این است که زمان محاسبات برای شبیه‌سازی پدیده‌هایی که زمان وقوع آن‌ها طولانی است، بسیار زیاد می‌باشد و نیاز به استفاده از رایانه‌ها با سرعت زیاد و یا موازی کردن رایانه‌هاست. در این مقاله روشی برای کاهش تعداد محاسبات و در نتیجه کاهش زمان اجرای آن‌ها، با بررسی تأثیر مقیاس زمان در شبیه‌سازی عددی جریان‌ات دارای سطح آزاد در روش SPH ارائه شده است. نمونه مورد مطالعه، پدیده شکست سد می‌باشد. برای صحت‌سنجی مدل SPH، نتایج عددی شکست سد با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از تحقیقات قبلی مقایسه شد. این نمونه در مقیاس‌های مختلف بررسی و نتایج آن در زمان‌های متناظر برای مقیاس‌های طولی مختلف، محاسبه شده است. نتایج بدست آمده در شکست سد به عنوان یک جریان با سطح آزاد، نشان می‌دهد که با کاهش مقیاس طولی، مقیاس زمان کاهش می‌یابد و رابطه بین این دو مقیاس در شبیه‌سازی عددی شکست سد، از قانون فرودی برای جریان‌ات سطح آزاد پیروی می‌کند. باریکه برای نسبت‌های مقیاس ۳ و ۶ نسبت زمان وقوع پدیده در این مقیاس‌ها به مقیاس اصلی، با تعداد ذرات یکسان به ترتیب به اندازه ۴۲/۳ و ۵۹/۲ درصد کاهش می‌یابد. با بررسی‌های انجام شده بر روی زمان اجرا توسط رایانه، در مدل‌های مختلف مشخص شد که با کاهش مقیاس مدل، زمان اجرای آن توسط رایانه، به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. باریکه این کاهش برای مقیاس طولی ۶ به میزان ۵۸/۲ درصد می‌رسد. سپس مقایسه بین وقوع پدیده در زمان‌های متناظر در مقیاس‌های طولی مختلف با یکدیگر انجام شد. مقایسه نتایج نشان دادند که با کاهش مقیاس، با دقت یکسان، تعداد محاسبات و در نتیجه زمان آن‌ها کاهش می‌یابد. این بدان معناست که با کاهش مقیاس مدل و انجام محاسبات مشابه، مقیاس زمان و در نتیجه زمان اجرای محاسبات کاهش می‌یابد. از این رویکرد می‌توان در جهت کاهش زمان انجام محاسبات برای پدیده‌هایی که زمان وقوع آن‌ها طولانی است، در روش SPH استفاده کرد.

کلید واژه‌ها: شکست سد، مقیاس زمان، هیدرودینامیک ذرات هموار، شبیه‌سازی جریان با سطح آزاد

مقدمه

مبنای شبکه‌بندی مانند اختلاف محدود و المان‌های محدود می‌باشند. از بین روش‌های بدون شبکه‌بندی و ذره‌ای، روش هیدرودینامیک ذرات هموار به سرعت رشد و گسترش یافت. جریان‌ات با سطح آزاد در علوم

اخیراً روش‌های جدیدی به نام روش‌های بدون شبکه-بندی یا روش‌های ذره‌ای، در زمینه محاسباتی به وجود آمده‌اند که تغییر یافته روش‌های قدیمی بر

SPH تراکم‌ناپذیر در شبیه‌سازی جریانات سطح آزاد انجام شد [۷]. در سال ۲۰۰۷، یک روش هیدرودینامیک ذرات هموار کاملاً صریح برای حل مسائل جریان سیال غیر نیوتنی توسط Hosseini و همکاران ارائه شد. عملکرد الگوریتم پیشنهادی با حل سه مسأله از جمله مسأله شکست سد بررسی شده است. نتایج بدست آمده از الگوریتم SPH پیشنهادی مطابقت زیادی با نتایج بدست آمده از روش‌های عددی موجود دارد [۸]. در سال ۲۰۰۸، کاربرد روش هیدرودینامیک ذرات هموار برای جریانات سطح آزاد توسط Crespo بررسی شد [۸]. Antuono و همکاران یک روش SPH تقریباً تراکم‌پذیر را برای جریانات سطح آزاد توسعه دادند [۹]. Ferrari از روش SPH در شبیه‌سازی جریان سطح آزاد بر روی سرریز لبه تیز استفاده کرده است [۱۰]. Rafiee و همکاران روش SPH تراکم‌ناپذیر را برای حل جریانات سطح آزاد غیر ماندگار پیشنهاد کردند [۱۱]. [تحقیقات زیادی در زمینه استفاده از روش SPH در شبیه‌سازی جریانات با سطح آزاد وجود دارد که در بالا به برخی از آن‌ها اشاره شد. یکی از پدیده‌هایی که به عنوان یک تست پایه در شبیه‌سازی‌های SPH مورد استفاده قرار می‌گیرد، پدیده شکست سد است. تحقیقات زیادی در زمینه شبیه‌سازی شکست سد با استفاده از روش‌های مختلف عددی و مقایسه نتایج آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی انجام شده است که در بالا نیز به برخی از آن‌ها که با روش SPH انجام شده بود اشاره شد. در همین راستا تحقیقاتی شامل شبیه‌سازی شکست سد با استفاده از روش VOF توسط Biscarini و همکاران [۱۲] و شبیه‌سازی شکست سد با استفاده از روش‌های عددی CIP و MPS انجام شد [۱۳].

هیدرودینامیک و هیدرولیک دارای اهمیت زیادی می‌باشند. روش‌های عددی گزینه مناسبی برای شبیه‌سازی این مسائل می‌باشند، اما شبیه‌سازی این جریانات به علت شرط مرزی متحرک آن‌ها مشکل است. روش هیدرودینامیک ذرات هموار یک روش لاگرانژی و بدون شبکه‌بندی است که مناسب بودن آن برای شبیه‌سازی دینامیک جریانات پیچیده اثبات شده است. این روش به طور موفقیت‌آمیز برای مدل کردن جریانات غیرقابل تراکم با سطح آزاد، به خصوص زمانی که تغییرات سطح آزاد بسیار زیاد است، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. روش SPH در سال ۱۹۷۷ در علم فیزیک نجومی توسط [۲] و به طور جداگانه، توسط Gingold و Monaghan ابداع شد [۳]. کاربردهای SPH در مکانیک سیالات و جامدات توسعه یافت از جمله: در مکانیک سیالات در شبیه‌سازی جریانات چند فازه، جریانات سطح آزاد و انتقال حرارت، در مکانیک جامدات در شکستن مواد شکننده و مسائل برخورد با سرعت‌های بالا. کاربرد روش SPH در جریانات سطح آزاد اولین بار توسط Monaghan انجام شد [۴]. Knio و Dalrymple پیشرفت و شکست موج را در ساحل با استفاده از روش SPH مورد بررسی قرار دادند [۵] Shao و Lo از روش SPH در شبیه‌سازی جریانات نیوتنی و غیر نیوتنی با سطح آزاد، استفاده کردند [۶] Roubtsova و Kahawita، یک نوع روش SPH بر اساس تقریب Riemann در شبیه‌سازی جریانات سطح آزاد را معرفی کردند [۷]. Dalrymple و Gesteira از روش SPH سه بُعدی برای مطالعه مسأله شکست سد و برخورد در سازه‌های بلند استفاده کردند [۸]. در سال ۲۰۰۷، بررسی تحول شکست سد بر روی بستر خشک و مرطوب با استفاده از روش SPH توسط Crespo و همکاران انجام شد [۶]. Ashtiani و همکاران روش

روش عددی، از روش بیان انتگرالی برای تقریب تابع میدان استفاده می‌شود. این ترم در روش SPH، تقریب کرنل نامیده می‌شود این ویژگی، از نظر ریاضی، پایداری لازم برای روش SPH را تهیه می‌کند. سپس تقریب کرنل به وسیله ذرات تقریب زده می‌شود. این ترم در SPH، تقریب ذره‌ای نامیده می‌شود. این کار با جاگذاری انتگرال‌گیری در بیان انتگرالی تابع میدان و مشتقات آن، با جمع کلیه مقادیر مربوطه در ذرات همسایه میدان محلی که میدان تأثیر نامیده می‌شود، انجام می‌گیرد. در روش SPH، معادلات حاکم باید به فرم ذره‌ای باشند [۱۴].

هر خصوصیت ذره i می‌تواند به وسیله جمع خصوصیت مربوطه در همسایگان ذره مورد نظر، مطابق رابطه (۱) تقریب زده شود. i ذره مورد نظر، j همسایگان ذره i ، ϕ خصوصیت مورد بررسی، r موقعیت ذرات و W تابع کرنل و h طول هموارسازی است که در بخش بعدی توضیح داده می‌شود [۱۵].

$$\phi_i(\vec{r}_i) = \sum_j m_j \frac{\phi_j(\vec{r}_j)}{\rho_j(\vec{r}_j)} W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) \quad (1)$$

شایان ذکر است در این روش شبیه‌سازی برای کنترل پایداری محاسبات از شرط کورانت به صورت زیر در انتخاب گام زمانی، dt_{max} ، استفاده می‌شود:

$$Cr = \frac{V_{max}}{(\min(dx, dz) / dt_{max})} \quad (2)$$

که در آن:

$$V_{max} = 1.1C_{max} \quad (2)^*$$

و C_{max} عبارتست از:

یکی از مشکلاتی که در شبیه‌سازی با استفاده از روش SPH وجود دارد، طولانی بودن زمان اجرای محاسبات برای پدیده‌هایی است که وقوع آن‌ها مستلزم زمان بیشتری است. پدیده شکست سد، یک پدیده سریع می‌باشد که زمان وقوع آن در شبیه‌سازی‌های SPH در حد چند ثانیه است. اما در مورد پدیده‌هایی که زمان وقوع آن‌ها طولانی است، زمان اجرای محاسبات بسیار زیاد است. در این تحقیق، با بررسی پدیده شکست سد در مقیاس‌های طولی مختلف، به عنوان یک جریان با سطح آزاد، روشی برای کاهش زمان وقوع پدیده و در نتیجه کاهش محاسبات و زمان اجرای آن‌ها در روش SPH ارائه شده است. در این راستا، ابتدا شبیه‌سازی عددی شکست سد با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار برای ستون آب به ارتفاع و عرض معین، انجام شد. سپس برای یافتن رابطه بین مقیاس زمان و مقیاس مدل، این پدیده برای مقیاس‌های طولی متفاوت با دقت یکسان بررسی و نتایج آن با یکدیگر مقایسه شد. با یافتن این رابطه در شبیه‌سازی عددی می‌توان شبیه‌سازی را با تعداد ذرات برابر و زمان کمتر برای مقیاس کوچک‌تر انجام داد و از نتایج آن برای مقیاس‌های بزرگ‌تر استفاده کرد. برای صحت‌سنجی نتایج مدل عددی، نتایج حاصل از این روش با نتایج آزمایشگاهی و نتایج بدست آمده از روش‌های عددی تحقیقات دیگر مقایسه شد. برنامه شبیه‌سازی شکست سد، در محیط برنامه‌نویسی Visual FORTRAN، برنامه‌نویسی شده و نتایج بدست آمده از آن در محیط گرافیکی TECPLOT تهیه شده است.

فرمولاسیون و معادلات حاکم در روش SPH

در روش SPH، میدان مسأله به وسیله مجموعه‌ای از ذرات پراکنده نشان داده می‌شوند که هیچ ارتباطی برای این ذرات نیاز نمی‌باشد. این ویژگی، طبیعت بدون شبکه‌بندی روش SPH را نشان می‌دهد. در این

$$W(R, h) = \alpha_d \times \begin{cases} (2/3) - R^2 + \frac{1}{2} R^3 & 0 \leq R < 1 \\ \frac{1}{6} (2 - R)^3 & 1 \leq R < 2 \\ 0 & R \geq 2 \end{cases} \quad (۳)$$

α_d در یک، دو و سه بُعدی به ترتیب برابر با $\frac{3}{2\pi h^3}$ ، $\frac{15}{7\pi h^2}$ ، $\frac{1}{h}$ می‌باشد. این تابع هموارسازی و

مشتق اول آن در شکل (۱) نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با نزدیک شدن ذرات به یکدیگر، مقدار مشتق اول در این کرنل به سمت صفر میل می‌کند. در صورتی که مشتق اول کرنل با نزدیک شدن ذرات به یکدیگر به سمت صفر میل کند، تصحیح ناپایداری کششی^۱ برای جلوگیری از دسته‌ای شدن ذرات انجام می‌شود. این تصحیح با ایجاد یک ترم فشار مصنوعی در معادله مومنتم اعمال می‌شود که در بخش بعدی به آن اشاره خواهد شد.

$$C_{\max} = \sqrt{B\gamma / \rho_0} \quad (۲)^{**}$$

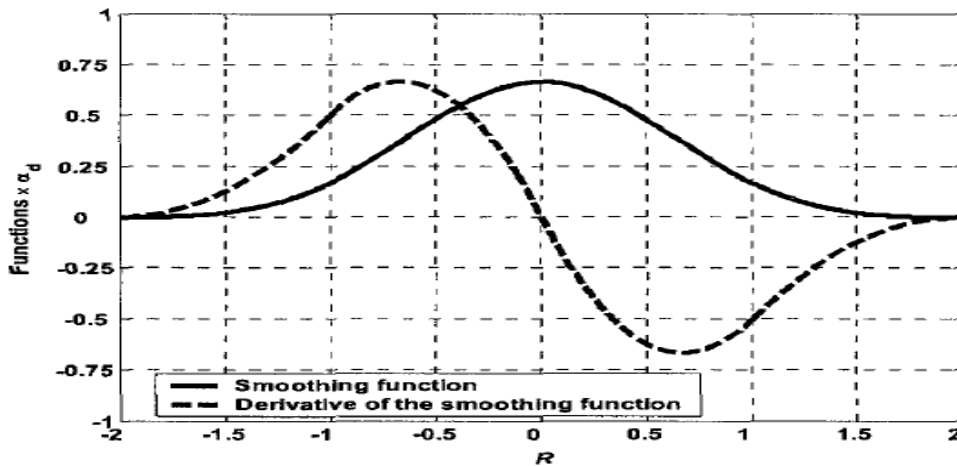
که عدد کورانت برابر 0.1 و ρ_0 چگالی مرجع و برای آب برابر با 1000 کیلوگرم بر متر مکعب است. $\gamma = 7$ ، $B = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma}$ و c_0 سرعت صوت در چگالی مرجع می‌باشد [۱۶].

طول هموارسازی

طول هموارسازی h در روش SPH، در واقع بیان‌کننده ناحیه تأثیر اطراف یک ذره مرکزی می‌باشد که با ذرات واقع در این ناحیه برهمکنش دارد. به عبارت دیگر می‌توان گفت که ناحیه تأثیر یک ذره، دایره‌ای است به مرکز ذره مورد نظر و شعاع $2h$. مقدار طول هموارسازی، تأثیر مستقیمی بر روی کار آبی و دقت این روش دارد.

تابع هموارسازی

عملکرد یک مدل SPH بسیار وابسته به انتخاب توابع هموارسازی است. کرنل‌ها وابسته‌اند به : طول هموارسازی h ، فاصله بدون بُعد بین ذرات که به وسیله $R = \frac{r}{h}$ بدست می‌آید و r فاصله بین دو ذره می‌باشد. پارامتر h میدان تأثیر یا طول هموارسازی است. توابع هموارسازی مختلفی وجود دارد که در اینجا از تابع اسپیلاین مکعبی استفاده شده است. Monaghan و Lattanzio تابع هموارسازی زیر را بر اساس توابع اسپیلاین مکعبی که به نام تابع B-Spline شناخته شده‌اند، معرفی کردند [۱۷].



شکل (۱)- کرنل اسپیلاین مکعبی و مشتق اول آن [۱۷]

استفاده می‌شود (Monaghan, 1992):

$$\frac{d\bar{v}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} \right) \bar{\nabla}_i W_{ij} + \bar{g} \quad (7)$$

Π_{ij} ترم لزجت می‌باشد:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{C}_{ij} \mu_{ij}}{\bar{\rho}_{ij}} & \bar{v}_{ij} \bar{r}_{ij} < 0 \\ 0 & \bar{v}_{ij} \bar{r}_{ij} > 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\bar{v}_{ij} = \bar{v}_i - \bar{v}_j, \quad \bar{r}_{ij} = \bar{r}_i - \bar{r}_j, \quad \mu_{ij} = \frac{h \bar{v}_{ij} \bar{r}_{ij}}{\bar{r}_{ij}^2 + \eta^2}$$

v_k و Γ_k به ترتیب سرعت و موقعیت مربوط به ذره k (محاسبه شده در i و j) می‌باشند. $\bar{C}_{ij} = \frac{C_i + C_j}{2}$ $\eta^2 = 0.01h^2$ پارامتری است که برای جلوگیری از صفر شدن مخرج به کار برده می‌شود و h طول هموارسازی است. α یک پارامتر آزاد است که در اینجا 0.5 در نظر گرفته شده است. صورتی که با نزدیک شدن ذرات به یکدیگر، مشتق اول تابع کرنل به سمت صفر میل کند، از یک ترم فشار اضافی در معادله مومنتم استفاده می‌شود:

معادله مومنتم

معادله بقای مومنتم در یک میدان پیوسته به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{D\bar{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \bar{\nabla} P + \bar{g} + \bar{\theta} \quad (4)$$

اولین ترم در معادله فوق، ترم گرادیان فشار می‌باشد و برای ذره i به وسیله فرم متقارن برای بقای مومنتم خطی و زاویه‌ای به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\left(-\frac{1}{\rho} \bar{\nabla} P \right)_i = -\sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} \right) \bar{\nabla}_i W_{ij} \quad (5)$$

که P_k و ρ_k به ترتیب فشار و چگالی مربوط به ذره k می‌باشند (محاسبه شده در i و j). $g = (0, 0, -9.806)$ بردار شتاب ثقل می‌باشد [۷]. گرادیان تابع هموار سازی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\nabla_i W_{ij} = \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} = \frac{x_{ij}}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \quad (6)$$

r_{ij} فاصله بین ذره i و j می‌باشد. $\nabla_i W_{ij}$ بر اساس ذره i بدست می‌آید. θ به ترم دیفیوژن مربوط می‌شود. روش‌های مختلفی برای محاسبه ترم دیفیوژن وجود دارد. در این مقاله برای ترم دیفیوژن، از لزجت مصنوعی که توسط Monaghan پیشنهاد شده است،

اعمال تراکم ناپذیری و اعمال معادله حالت فشار
 در اینجا از معادله حالت فشار که توسط Monaghan پیشنهاد شده است، استفاده می‌شود. که چگالی مرجع و برای آب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب است. $\gamma = 7$ ، $B = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma}$ و c_0 سرعت صوت در چگالی مرجع می‌باشد [۲۰۰۵]:

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (۱۳)$$

حرکت ذرات

حرکت ذره در هر گام زمانی بر اساس معادله XSPH که در زیر به آن اشاره شده است، محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i + \varepsilon \sum_j m_j \frac{\vec{v}_{ji}}{\rho_{ij}} W_{ij} \quad (۱۴)$$

که $\bar{\rho}_{ij} = \frac{(\rho_i + \rho_j)}{2}$ و $\vec{v}_{ji} = \vec{v}_j - \vec{v}_i$ می‌باشد. ε یک ضریب ثابت است و معمولاً $0 \leq \varepsilon \leq 0.5$ می‌باشد. معادله فوق به عنوان تصحیح XSPH شناخته می‌شود و اولین بار توسط Monaghan معرفی شد. در اینجا برابر با ۰/۵ در نظر گرفته شده است.

تصحیح چگالی

زمانی که حرکت‌های بدست آمده از شبیه‌سازی SPH واقع‌گرایانه باشد، میدان فشار ذرات، نوسانات فشار زیادی را نشان می‌دهند. برای غلبه بر این مشکل، روش‌های زیادی از جمله اصلاحات کرنل و توسعه یک حل‌کننده تراکم ناپذیر، ایجاد شد. یکی از روش‌های تصحیح چگالی روش مرتبه صفر Shepated filter است که یک تصحیح ساده و سریع برای چگالی می‌باشد و در هر گام زمانی استفاده می‌شود. در

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{g} + \sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} + R \cdot f_{ij}^n \right) \vec{\nabla}_i W_{ij} \quad (۹)$$

ترم اضافه شده، ترم تصحیحی کشش نامیده می‌شود. مقدار n در معادله (۹) برابر با ۴ می‌باشد [۱۸]. زمانی که فاصله بین دو ذره کاهش می‌یابد، نیروی دافعه باید افزایش یابد. بنابراین برای جلوگیری از ناپایداری عددی، این نیروی دافعه بر اساس تابع کرنل نوشته می‌شود. مناسب‌ترین تابع که با کاهش فاصله، افزایش یابد به صورت زیر معرفی شده است:

$$f_{ij} = \frac{W(r_{ij}, h)}{W(\Delta p, h)} \quad (۱۰)$$

Δp فاصله اولیه بین ذرات می‌باشد. مقدار R در معادله (۹) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} R &= R_a + R_b \\ R_a &= \frac{\lambda p_i}{\rho_i^2} \\ R_b &= \frac{\lambda p_j}{\rho_j^2} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

p_i و p_j به ترتیب فشار ذرات i و j می‌باشند. ضریب λ برای فشارهای مثبت برابر با ۰/۲ و برای فشارهای منفی برابر با ۰/۱ می‌باشد [۱۹].

معادله پیوستگی

نرخ تغییرات چگالی بر اساس دیورژانس سرعت از معادله زیر بدست می‌آید، که i اندیس ذره مورد نظر و j اندیس ذرات همسایه می‌باشد:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \vec{v}_{ij} \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij} \quad (۱۲)$$

مواد و روش‌ها

در جریان‌های گرانشی به خصوص جریانات با سطح آزاد، برای ایجاد تشابه دینامیکی، باید عدد فرود در مدل و نمونه اصلی با هم برابر باشد. عدد فرود یک پارامتر مشخص برای جریانات با سطح آزاد می‌باشد. همان‌طور که در معادله (۱۷) نشان داده شده است، عدد فرود رابطه بین نسبت‌های زمان، سرعت و طول را در مدل و نمونه اصلی بیان می‌کند.

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{g \cdot L}} \quad (17)$$

که U سرعت، g شتاب ثقل و L طول می‌باشد. در مدل‌های فرودی، عدد فرود در مدل و نمونه اصلی برابر می‌باشد. بر این اساس، رابطه (۱۸) بین مقیاس طولی (L_R) و مقیاس زمانی (T_R) در مدل‌های فرودی برقرار است:

$$\begin{aligned} T_R &= \sqrt{L_R} \\ T_R &= \frac{T_p}{T_m} \\ L_R &= \frac{L_p}{L_m} \end{aligned} \quad (18)$$

که اندیس‌های p و m به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر در نمونه اصلی و مدل می‌باشند. درصد کاهش زمان محاسبات در مدل‌های فرودی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta_t = \left(\frac{\sqrt{L_R} - 1}{\sqrt{L_R}} \right) \times 100 \quad (19)$$

در این مقاله، مدل شکست سد به عنوان یک جریان سطح آزاد و تأثیر کاهش مقیاس مدل در کاهش زمان وقوع پدیده مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین مقایسه بین درصد کاهش زمان اجرای محاسبات در شبیه‌سازی SPH و میزان برآورد و خطای آن بر اساس رابطه (۱۹) به ازای مقیاس‌های طولی مختلف بررسی شد.

اینجا از روش Shepared Filter برای تصحیح چگالی استفاده شده است.

$$\rho_i^{new} = \sum_j \rho_j \tilde{W}_{ij} \frac{m_j}{\rho_j} = \sum_j m_j \tilde{W}_{ij} \quad (14)$$

کنترل با استفاده از تصحیح مرتبه صفر، اصلاح می‌شود [۲۱]:

$$\tilde{W}_{ij} = \frac{W_{ij}}{\sum_j W_{ij} \frac{m_j}{\rho_j}} \quad (15)$$

شرایط مرزی

روش‌های مختلفی برای اعمال شرایط مرزی وجود دارد. یکی از این روش‌ها، شرط مرزی دینامیک است. در این روش ذرات، معادلات مشابه ذرات سیال را ارضا می‌کنند. بنابراین آن‌ها از معادله مومنتم، معادله پیوستگی و معادله حالت پیروی می‌کنند. اما آن‌ها نمی‌توانند بر اساس معادله XSPH حرکت کنند، در نتیجه در موقعیت خود ثابت باقی می‌مانند یا بر اساس برخی عوامل خارجی مانند حرکت دریاچه یا ایجادکننده موج و ... حرکت می‌کنند. ذرات مرزی در یک موقعیت جابجا شده قرار می‌گیرند. وقتی ذره سیال به مرز نزدیک می‌شود، چگالی ذره مرزی بر اساس معادله پیوستگی افزایش می‌یابد و در نتیجه فشار بر اساس معادله حالت افزایش می‌یابد. بنابراین نیروی اعمال شده بر اساس افزایش ترم فشار در معادله مومنتم، افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، وقتی فاصله بین ذرات مرزی و ذرات سیال کمتر از $2h$ می‌شود، چگالی، فشار و نیروی دافعه ایجاد شده در ذرات مرزی افزایش می‌یابد که این امر، یک مکانیزم دافعه را ایجاد می‌کند [۲۲].

مدل شکست سد

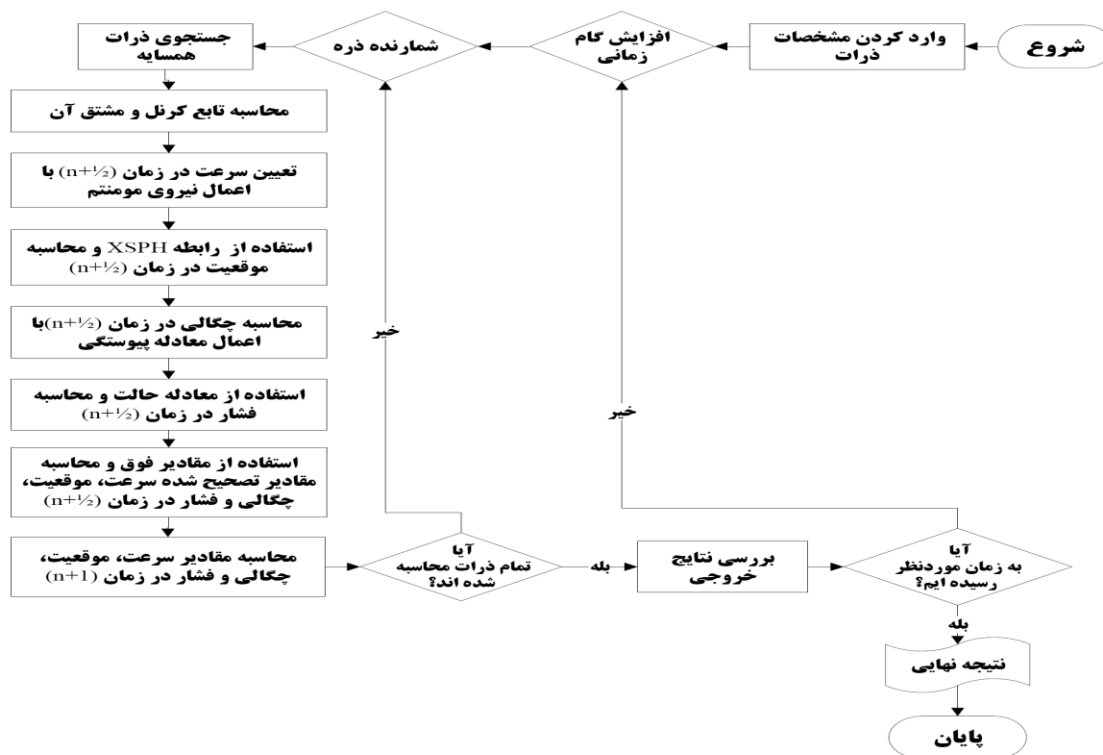
شکست سد یک جریان با سطح آزاد می‌باشد. تحقیقات زیادی در زمینه شبیه‌سازی سد انجام شده است. در این مقاله، شبیه‌سازی دو بُعدی شکست سد با استفاده از روش SPH مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادلات مورد استفاده در مدل شامل معادلاتی است که در بخش ۲ توضیح داده شد. الگوریتم کلی حل معادلاتی که در شبیه‌سازی شکست سد استفاده شده- اند در شکل (۲) نشان داده شده است. در این تحقیق از الگوریتم پیش‌بینی- تصحیح برای بررسی تحولات در زمان استفاده می‌شود. در مرحله اول، موقعیت اولیه ذرات که شامل مختصات افقی و عمودی ذرات، سرعت و فشار ذرات می‌باشد، تعریف می‌شوند. موقعیت اولیه ذرات به صورت یک ستون آب به ارتفاع و طول مشخص است. بر اساس فاصله افقی و عمودی بین ذرات و همچنین ارتفاع و طول کلی ستون آب، تعداد ذرات مشخص می‌شوند. یکی از مشکلاتی که در شبیه‌سازی با استفاده از روش SPH وجود دارد، زمان زیاد محاسبات آن در پدیده‌هایی است که زمان وقوع آن‌ها زیاد است. می‌دانیم برای بررسی رفتار پدیده‌های طبیعی، آن‌ها را با اعمال شرایطی در آزمایشگاه مدل می‌کنند و با بررسی بر روی مدل، نتایج بدست آمده از مدل را برای نمونه اصلی استفاده می‌کنند. به عنوان مثال در مدل- سازی جریانات با سطح آزاد از قانون فرود استفاده می‌کنند. هدف ما در این مقاله بررسی تأثیر مقیاس زمان بر کاهش محاسبات و در نتیجه کاهش زمان اجرای محاسبات در شبیه‌سازی عددی شکست سد با روش SPH می‌باشد. اگر با کاهش مقیاس مدل، مقیاس زمانی بر اساس رابطه مشخصی کاهش یابد، می‌توانیم در پدیده‌هایی که زمان وقوع آن‌ها زیاد است، شبیه‌سازی عددی را در مقیاس کوچک‌تر و با

زمان وقوع کمتر انجام داد. در نتیجه حجم محاسبات مورد استفاده و در نتیجه زمان اجرای محاسبات کاهش می‌یابد.

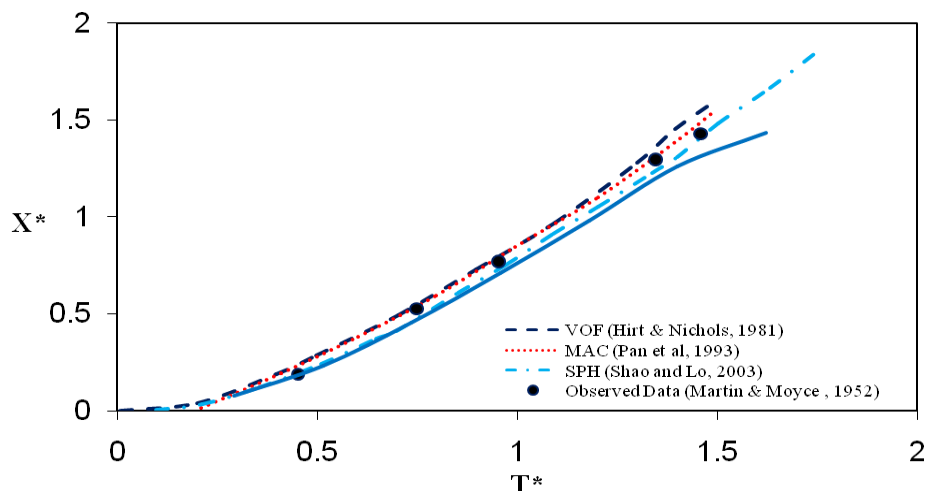
در این تحقیق، کدهای مربوط به روش SPH، در محیط برنامه‌نویسی Visual FORTRAN و توسط رایانه 1.41GHz تهیه شد. برای صحت‌سنجی مدل، نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی شکست سد با استفاده از روش SPH، با نتایج آزمایشگاهی و نتایج روش‌های عددی مختلف که توسط محققان ارائه شده است، مقایسه شد. شکل (۳) تغییرات جبهه موج ایجاد شده در شکست سد $(X^* = x/H)$ را با زمان $(T^* = t\sqrt{g/H})$ در تحقیقات عددی مختلف، تحقیق حاضر و نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. x نشان‌دهنده فاصله افقی، H ارتفاع اولیه ستون آب، g شتاب ثقل و t زمان مورد بررسی می‌باشند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تطابق قابل قبولی بین نتایج بدست آمده در مدل حاضر با نتایج دیگر محققان و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. مقایسه دیگری در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل تغییرات ارتفاع با زمان، در فروریختن ستون آب نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، کاهش ارتفاع ستون آب در شکست سد در زمان‌های مختلف با استفاده از روش SPH، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی و نتایج محققان دیگر دارد. از آنجا که هدف این تحقیق بررسی تأثیر مقیاس زمان در محاسبات SPH می‌باشد، لذا باید شبیه‌سازی برای مقیاس‌های طولی مختلف بدست آمده و خروجی‌های مدل در زمان‌های متناظر با یکدیگر مقایسه شوند. بر این اساس، ابتدا شبیه‌سازی شکست سد برای نمونه اصلی یعنی ستونی از آب به ارتفاع ۶ متر و عرض ۳ متر انجام و سپس نتایج حاصل از این مقیاس با نتایج بدست آمده از مقیاس‌های طولی ۱/۵، ۳ و ۶، در زمان‌های متناظر با

SPH به ۲/۱۲۱ ثانیه می‌رسد. در نتیجه با کاهش زمان وقوع پدیده، تعداد محاسبات نیز کاهش می‌یابد. در این شرایط، با ثابت بودن تعداد ذرات و گام زمانی (برای حفظ دقت یکسان مدل‌ها)، تعداد محاسبات از حدود ۲۶۸ میلیون به حدود ۱۰۹ میلیون، یعنی حدود ۵۹ درصد کاهش می‌یابد. بررسی انجام شده بر روی زمان اجرای محاسبات نشان می‌دهد که در شرایط فوق، زمان اجرا در حدود ۵۸ درصد کاهش می‌یابد. بنابراین هر چه مقیاس مدل کوچک‌تر شود، تعداد محاسبات و در نتیجه زمان اجرای آن‌ها کمتر می‌شود. لذا از این نتیجه مهم می‌توان در جهت کاهش زمان انجام محاسبات در روش شبیه‌سازی SPH استفاده نمود. برای بررسی رابطه بین زمان وقوع پدیده در مدل‌ها با مقیاس‌های مختلف، نتایج نمونه اصلی و مدل ۳ در زمان‌های متناظر، یعنی زمان‌هایی که دو پدیده دارای یک وضعیت مکانی می‌باشند، با یکدیگر مقایسه شدند. شکل (۶) موقعیت اولیه ذرات در نمونه اصلی و مدل ۳ را نشان می‌دهد. شکل‌های (۷) تا (۱۱) موقعیت ذرات در زمان‌های متناظر نمونه اصلی و مدل ۳ را نشان می‌دهند. مقایسه مدل‌های ۱ و ۲ با نمونه اصلی، نتایج مشابهی را در زمان‌های متناظر بدست می‌دهد.

یکدیگر مقایسه شدند. خصوصیات هر یک از این مدل‌ها در جدول (۱) آمده است. ذرات مرزی، بر اساس شرایط مرزی دینامیک، مدل شده‌اند. یعنی این ذرات مانند ذرات سیال از معادله پیوستگی، مومنتم و حالت پیروی می‌کنند، اما نمی‌توانند بر اساس معادله XSPH حرکت کنند و در موقعیت خود ثابت می‌مانند. برای یکسان بودن دقت مدل‌های مورد بررسی، تعداد ذرات و گام زمانی (dt) برای کلیه مدل‌ها به ترتیب برابر با ۵۱۵۶ و ۰/۰۰۰۱ ثانیه می‌باشند و فاصله عمودی و افقی بین ذرات با توجه به مقیاس طولی مشخص می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با کاهش مقیاس، تعداد محاسبات و در نتیجه زمان اجرای محاسبات کاهش می‌یابد. شکل (۵) به ترتیب در نمودارهای (۱) و (۲) کاهش زمان وقوع پدیده و درصد کاهش زمان (تعداد) محاسبات را با افزایش مقیاس مدل نشان می‌دهد. η درصد کاهش تعداد محاسبات مدل‌های ۱، ۲ و ۳ نسبت به نمونه اصلی و I_R مقیاس مدل‌سازی می‌باشد. برای ستون آب به ارتفاع ۶ متر و عرض ۳ متر، مدت زمان وقوع پدیده شکست سد در شبیه‌سازی SPH برابر با ۵/۱۹۶ ثانیه است. یعنی در این زمان، پدیده شکست سد به طور کامل مدل می‌شود. وقتی اندازه‌های طولی و عرضی مدل، به یک ششم کاهش یابد، زمان وقوع پدیده در

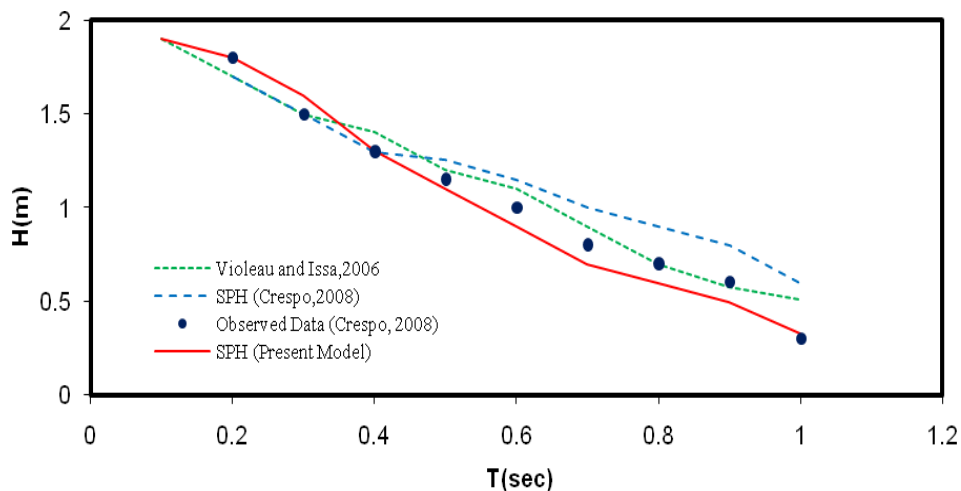


شکل (۲) - الگوریتم کلی حل معادلات در روش SPH بر اساس الگوریتم پیش‌بینی - تصحیح



شکل (۳) - مقایسه نتایج شکست سد با روش SPH در تحقیق حاضر با سایر تحقیقات: مدل اولری [VOF]

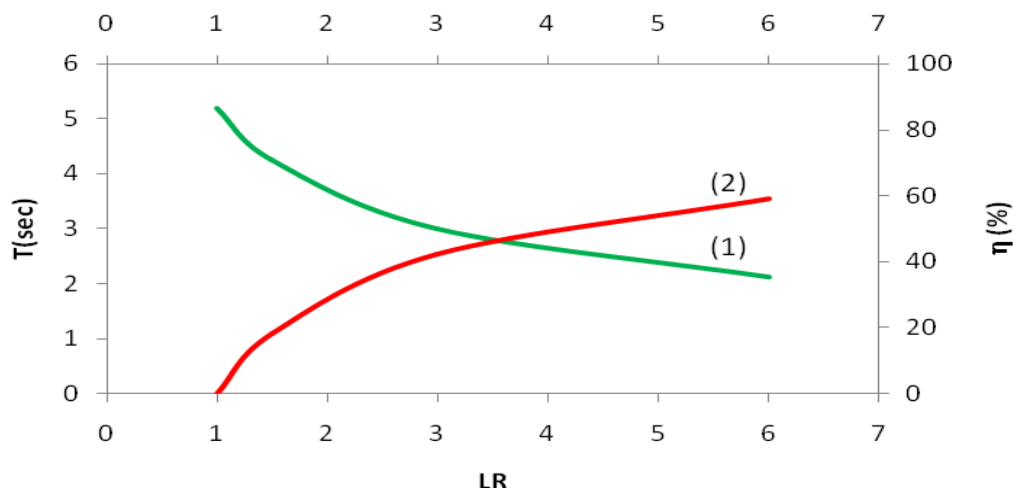
[۲۳]، مدل اولری MAC [۲۴]، نتایج آزمایشگاهی [۲۵] و مدل SPH [۲۶]



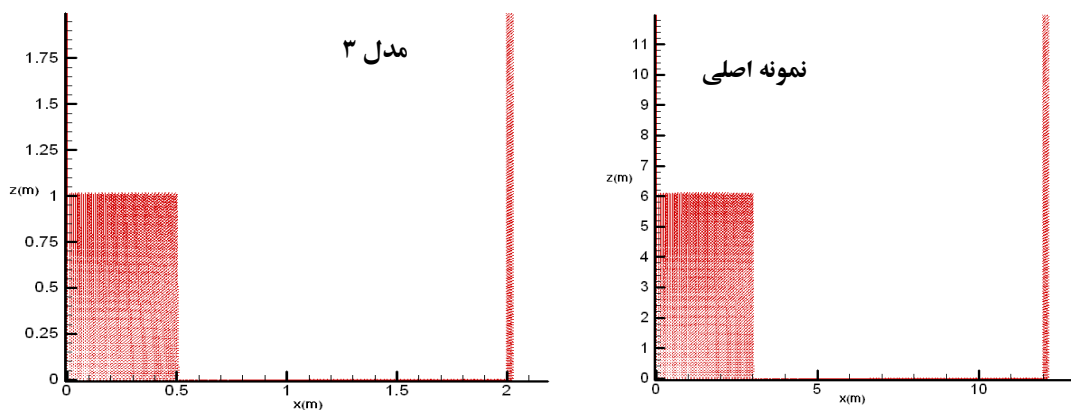
شکل (۴) - مقایسه تغییرات ارتفاع با زمان در پدیده شکست سد با روش SPH در تحقیق حاضر با سایر تحقیقات: روش SPH [۲۷]، نتایج آزمایشگاهی [۲۷] و روش SPH [۲۸]

جدول (۱) - اطلاعات مربوط به مدل‌ها با مقیاس‌های مختلف

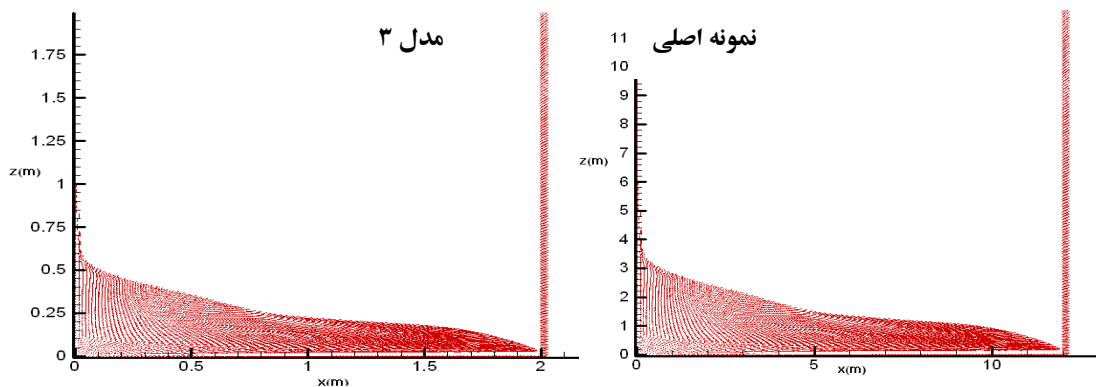
	نمونه اصلی	مدل ۱	مدل ۲	مدل ۳
مقیاس طولی ($L_R=L_p/L_m$)	۱	۱/۵	۳	۶
ارتفاع ستون آب (متر)	۶	۴	۲	۱
عرض ستون آب (متر)	۳	۲	۱	۰/۵
Δx , Δz (متر)	۰/۰۶ و ۰/۰۶	۰/۰۶ و ۰/۰۶	۰/۰۳ و ۰/۰۳	۰/۰۶ و ۰/۰۶
زمان وقوع پدیده (ثانیه)	۵/۱۹۶	۴/۲۵	۳	۲/۱۲۱
تعداد ذرات	۵۱۵۶	۵۱۵۶	۵۱۵۶	۵۱۵۶
dt	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱
تعداد گام‌های زمانی	۵۱۹۶۰	۴۲۵۰۰	۳۰۰۰۰	۲۱۲۱۰
تعداد کل محاسبات	۲۶۷۹۰۵۷۶۰	۲۱۹۱۳۰۰۰۰	۱۵۴۶۸۰۰۰۰	۱۰۹۳۵۸۷۶۰
نسبت محاسبات	۱	۰/۸۱۸	۰/۵۷۷	۰/۴۰۸
درصد کاهش محاسبات (η)	۰	۱۸/۲	۴۲/۳	۵۹/۲
زمان اجرا توسط رایانه (sec)	۱۰۹۸۹/۵۲	۸۹۹۶/۷۵	۶۳۹۸/۱۷۲	۴۵۹۷/۱۷۲
نسبت زمان اجرا توسط رایانه	۱	۰/۸۱	۰/۵۸	۰/۴۱۸
درصد کاهش زمان اجرا (η_t)	۰	۱۹	۴۲	۵۸/۲



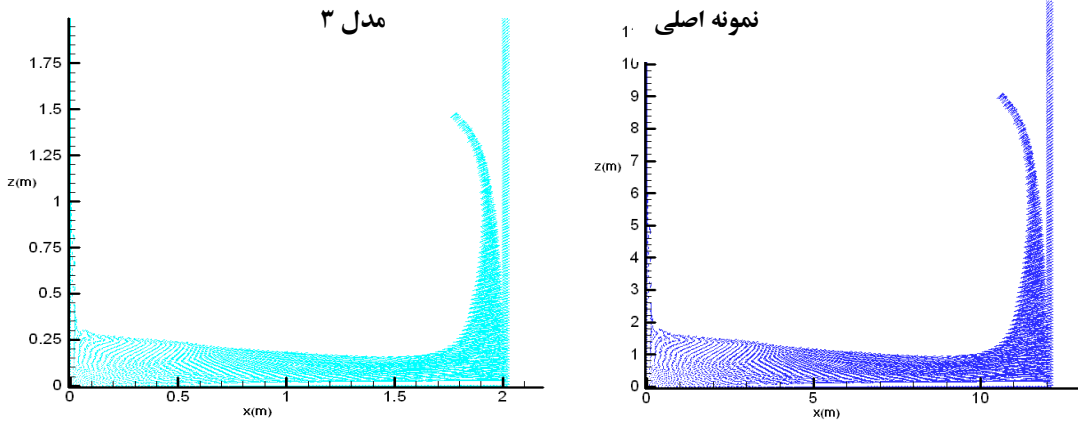
شکل (۵) - تغییرات زمان وقوع پدیده (نمودار ۱) و درصد کاهش تعداد محاسبات نسبت به نمونه اصلی (نمودار ۲) در برابر مقیاس مدل (L_R)



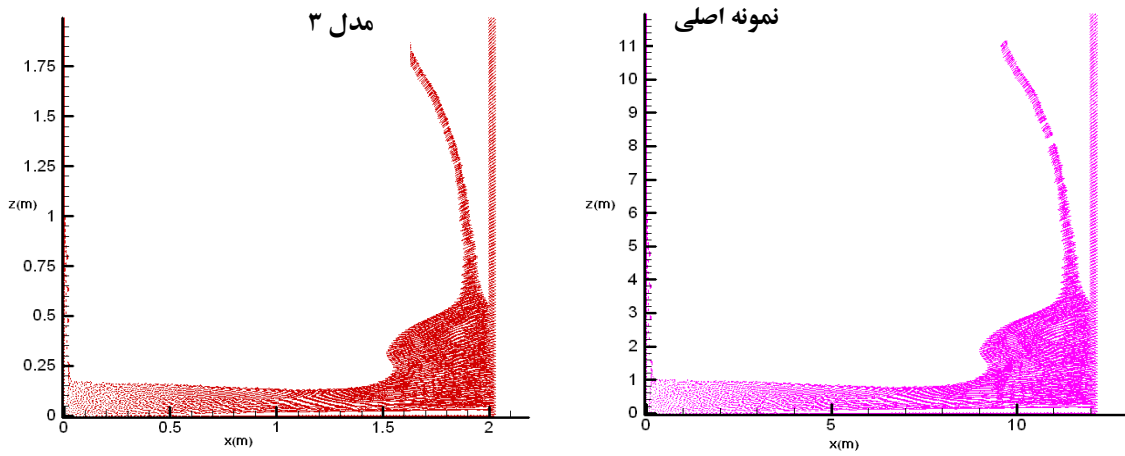
شکل (۶) - موقعیت ذرات در شکست سد در زمان اولیه



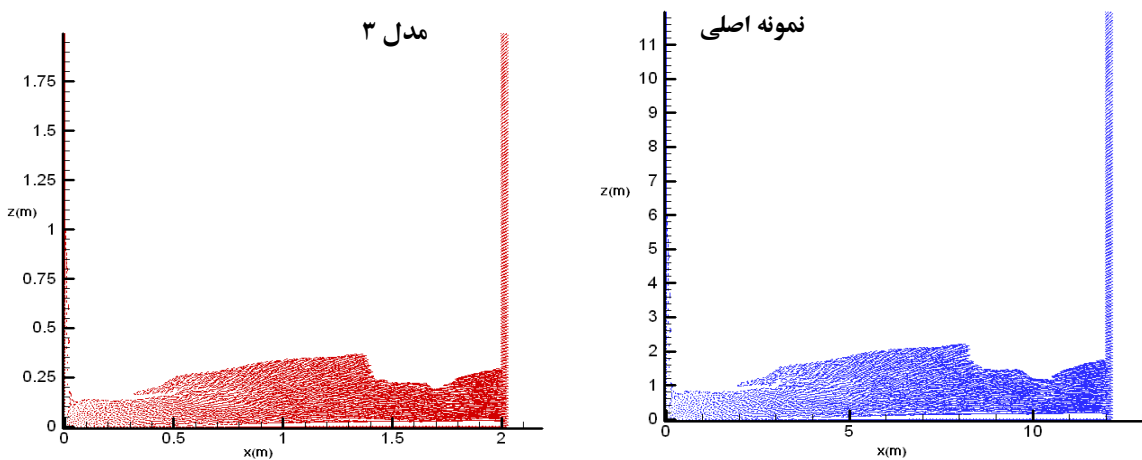
شکل (۷) - موقعیت ذرات در شکست سد در زمان ۱/۲۲ ثانیه در نمونه اصلی و زمان ۰/۴۹ ثانیه در مدل ۳



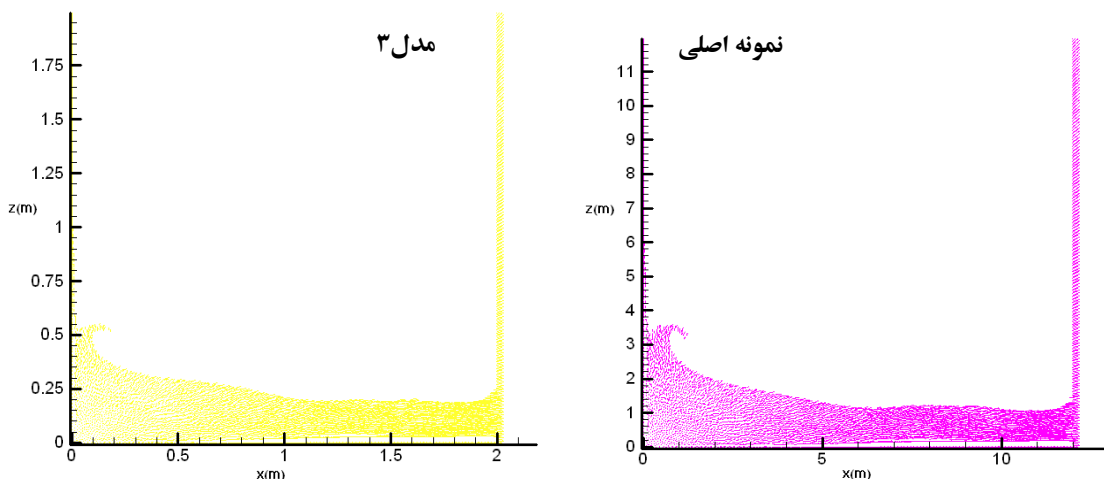
شکل (۸) - موقعیت ذرات در شکست سد در زمان ۲ ثانیه در نمونه اصلی و زمان ۰/۸۱ ثانیه در مدل ۳



شکل (۹) - موقعیت ذرات در شکست سد در زمان ۳ ثانیه در نمونه اصلی و زمان ۱/۲۲ ثانیه در مدل ۳



شکل (۱۰) - موقعیت ذرات در شکست سد در زمان ۴/۱۶ ثانیه در نمونه اصلی و زمان ۱/۶۹ ثانیه در مدل ۳



شکل (۱۱) - موقعیت ذرات در شکست سد در زمان ۵/۱۹۶ ثانیه در نمونه اصلی و زمان ۲/۱۲۱ ثانیه در مدل ۳

کاهش زمان اجرا برای مقیاس‌های مختلف مدلسازی را در دو حالت محاسباتی و اجرای مدل نشان می‌دهد. در این شکل T_o نشان‌دهنده زمان‌های اجرای رایانه به ازای مقیاس‌های طولی مختلف و T_c نشان‌دهنده زمان اجرا با استفاده از رابطه (۱۸) برای مدل با مقیاس کاهش یافته می‌باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، حداکثر اختلاف بین این دو مقدار برابر با ۲/۴ درصد و برای مدل با مقیاس ۶ می‌باشد. آنالیز خطا نشان می‌دهد که مدل فرودی با ضریب اصلاحی ذیل می‌تواند حداکثر خطا در تخمین زمان اجرای محاسبات را از میزان ۲/۴ درصد به ۰/۱ درصد کاهش دهد:

$$K = \frac{1}{1.00498 - 0.00478L_R} \quad (21)$$

بنابراین با در نظر گرفتن تعداد ذرات و گام زمانی یکسان در دو مدل، حدود ۵۹ درصد در زمان محاسبات کاهش می‌یابد. در نتیجه می‌توان با استفاده از رابطه (۱۹) و اعمال ضریب اصلاحی رابطه (۲۱)، زمان اجرا را با کاهش مقیاس مدل تا حد قابل ملاحظه‌ای کاهش داد. لازم به ذکر است که کاهش مقیاس باید تا حدی باشد که معیار فرودی در مدل

نتایج و بحث

مقایسه بین نتایج مقیاس‌های طولی مختلف و زمان‌های وقوع پدیده نشان می‌دهد که با کاهش مقیاس، زمان وقوع پدیده بر اساس قانون فرود کاهش یافته و با فرض ثابت بودن تعداد ذرات و گام زمانی، تعداد و زمان اجرای محاسبات کاهش می‌یابد. همان‌طور که در بخش ۳ اشاره شد، درصد کاهش زمان محاسبات بر اساس مدل‌های فرودی از رابطه (۱۹) بدست می‌آید. از سوی دیگر، زمان اجرای محاسبات برای مقیاس‌های طولی مختلف با روش SPH محاسبه شده و درصد کاهش زمان اجرا با کاهش مقیاس طولی بر اساس رابطه (۱۹) بدست آمده است.

$$\eta_{t-o} = \left(\frac{T_p - T_m}{T_p} \right) \times 100 \quad (20)$$

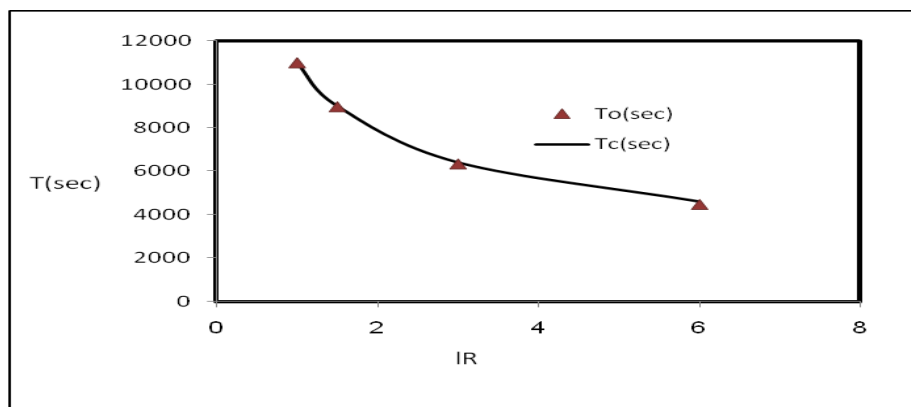
در رابطه فوق، T_p زمان اجرا در نمونه اصلی و T_m زمان اجرا با استفاده از رایانه در مدل با کاهش مقیاس است. η_{t-o} نشان‌دهنده درصد کاهش زمان اجرا می‌باشد. درصد کاهش زمان اجرا با استفاده از رابطه (۱۹) و درصد کاهش زمان اجرای واقعی رایانه در جدول (۲) آمده است. همچنین شکل (۱۲) تغییرات میزان

و در برخی مواقع با محدودیت پردازش امکانات رایانه‌ای مواجه است، با کاهش مقیاس ابعاد مدل، زمان وقوع و زمان انجام محاسبات را کاهش داده و با اعمال رابطه بین مقیاس طولی و مقیاس زمان، مسأله را در مدل مقیاسی حل نموده و سپس به حل مسأله در نمونه اصلی مورد نظر دست یافت.

کاهش یافته هنوز معتبر باشد. در این مقاله مطالعه موردی شامل بررسی شکست سد در ابعاد مختلف و بدست آوردن مقیاس زمانی آن بوده است. نتیجه حاصل از این رویکرد کاهش زمان انجام محاسبات با استفاده از روش SPH می‌باشد، لذا پیشنهاد می‌شود تا در پدیده‌های با سطح آزاد، که زمان وقوع آن‌ها طولانی است و طبیعتاً شبیه سازی مسأله نیز وقت گیر

جدول (۲) - مقایسه بین درصد کاهش زمان اجرای واقعی و درصد کاهش زمان اجرا در مدل فرودی

	نمونه اصلی	مدل ۱	مدل ۲	مدل ۳
مقیاس طولی ($L_R=L_p/L_m$)	۱	۱/۵	۳	۶
زمان اجرا در رایانه (ثانیه)	۱۰۹۸۹/۵۲	۸۹۹۶/۷۵	۶۳۹۸/۱۷۲	۴۵۹۷/۱۷۲
درصد کاهش زمان اجرا (η_{t_0})	۰	۱۹	۴۲	۵۸/۲
زمان اجرا بر اساس مدل فرودی (ثانیه)	۱۰۹۸۹/۵۲	۸۹۷۲/۹۰۵	۶۳۴۴/۸۰۲	۴۴۸۶/۴۵۲
درصد کاهش زمان اجرا (η_{t_m})	۰	۱۸/۳۵	۴۲/۲۶۵	۵۹/۱۷۶
درصد اختلاف بین η_{t_0} و η_{t_m}	۰	۰/۲۶۵	۰/۸۳۴	۲/۴



شکل (۱۲) - مقایسه تغییرات زمان انجام محاسبات مدل با استفاده از رایانه (T_0) و زمان محاسبات در مدل فرودی (T_c)

منابع

1. Antuono, M., Colagrossi, A., Marrone, S. and Molteni, D. (2010). Free-surface flows solved by means of SPH schemes with numerical diffusive terms. *Computer Physics Communications*. 181: 532–549.
2. Lucy, L.B. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astron. J.* 82: 1013-1024.

3. Gingold, R. A. and Monaghan, J. J. (1977). Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181: 375-389.
4. Monaghan, J. J. (1994). Simulation free surface flows with SPH. *Journal of computational physics*. 110: 399- 406.
5. Monaghan, J. J. (2005). Smoothed Particle Hydrodynamics, *Rep. Prog. Phys.* 68: 1703-1759.
6. Shao, S. and Lo, E. Y. M. (2003). Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in Water Resources*. 26: 787–800.
7. Roubtsova, V. and Kahawita, R. (2006). The SPH technique applied to free surface flows. *Computers and Fluids*. 35: 1359–1371.
8. Gesteira, M. G. and Dalrymple, R. A. (2004). Using 3D SPH method for wave impact on a tall structure. *Journal of waterway, port, coastal, ocean engineering*. 130: 63-69.
9. Crespo, A. J. C., Gesteira, M. G. and Dalrymple, R. A. (2007). SPH 2D simulation: Validation and Accuracy to experimental using different code compiling options. SPHERIC-second international workshop. Madrid, May 23rd-25th.
10. Ashtiani, B. A., Shobeyri, G. and Farhadi, L. (2007). Modified incompressible SPH method for simulating freesurface problems. *Fluid Dynamics Research*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.fluiddyn.2007.12.001>.
11. Hosseini, S. M., Manzari, M. T. and Hannani, S. K. (2007). A fully explicit three-step SPH algorithm for simulation of non-Newtonian fluid flow. *International journal of numerical methods for Heat & Fluid flow*. 17(7): 715- 735.
12. Crespo, A. J. C. (2008). Application of the Smoothed Particle Hydrodynamics model SPHysics to free surface hydrodynamics. PhD Thesis. University De Vigo.
13. Ferrari, A. (2010). SPH simulation of free surface flow over a sharp-crested weir. *Advances in Water Resources*. 33: 270–276.
14. Rafiee, A., Manzari, M. T. and Hosseini, M. (2007). An incompressible SPH method for simulation of unsteady viscoelastic free-surface flows. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 42: 1210 – 1223.
15. Biscarini, C., Francesco, S. D. And Manciola, P. (2009). CFD modeling approach for dam break flow studies. *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.* (6): 6759– 6793.

16. Hu, C. and Sueyoshi, M. (2010). Numerical simulation and experiment on dam break problem. *J. Marine. Sci. Appl.* (9): 109- 114.
17. Liu, G. R. and Liu, L. B. (2003). *Smoothed Particle Hydrodynamics, a meshfree particle method.* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
18. Monaghan J. J. and Lattanzio J. C. (1985). A refined particle method for astrophysical problems, *Astronomy and Astrophysics*, 149: 135-143.
19. Capone, T. (2008). SPH numerical modelling of impulse water waves generated by landslides. Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Hydraulic, Transportation and Roads Department Sapienza University of Rome.
20. Colagrossi, A. and Landrini, M. (2003). Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *J. Comp. Phys.* (191): 448- 475.
21. Dalrymple, R. A. and Knio, O. (2001). SPH modeling of water waves. *Proceeding of coastal dynamics.* 10: 227-264.
- 22- Gesteira, M. G., Rogers, B. D., Dalrymple, R. A., Crespo, A. J. C., and Narayanaswamy, M., (2008). User Guide for the SPHysics code. Available online on www.sphysics.com.
23. Hirt, C. W. and Nichols, B. D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J Comput Phys.* 39: 201– 25.
24. Martin, J. C, Moyce, W. J. (1952). An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane. *Philos Trans R Soc London, Ser A.* 244:312– 24.
25. Monaghan, J. J. (1989). On the problem of penetration in particle methods, *J. Comput. Phys.*, 82: 1-5.
26. Monaghan J. J. (1992). Simulating free surface flows with SPH, *J. Comp. Physics*, 110: 399-406.
27. Monaghan, J. J. (2000). SPH with out Tensile Instability. *Journal Computational Physics.* 159: 290- 311.
28. Pan, C. H., Xu, X. Z. and Lin, B. Y. (1993). Simulating free surface flows by MAC method. *Estuar Coastal Eng.* 1(2):51–8.