

## مقایسه مدل‌های خطی و غیرخطی سری زمانی در پیش‌بینی جریان رودخانه (مطالعه موردی: رودخانه باراندوزچای ارومیه)

فرشاد احمدی<sup>۱\*</sup>، یعقوب دین‌پژوه<sup>۲</sup>، احمدفاخری فرد<sup>۳</sup>، کیوان خلیلی<sup>۴</sup>

\* نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب دانشگاه تبریز Farshad.paper@yahoo.com

۲- دانشیار گروه مهندسی آب دانشگاه تبریز

۳- استادگروه مهندسی آب دانشگاه تبریز

۴- استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه ارومیه

تاریخ پذیرش: ۹۲/۲/۱۶

تاریخ دریافت: ۹۱/۸/۲

### چکیده

پیش‌بینی دقیق جریان رودخانه با استفاده از مدل‌های راجع سری‌های زمانی، فیزیکی- مفهومی و رگرسیونی در مدیریت علمی منابع آب‌های سطحی اهمیت به‌سزایی دارد. در این مطالعه دبی جریان روزانه و ماهانه رودخانه باراندوزچای ارومیه در دوره آماری ۸۸-۱۳۵۲، با استفاده از مدل‌های سری‌زمانی خطی آرما<sup>۱</sup> و غیرخطی دوخطی مدل‌سازی شد. برای بررسی ایستایی سری‌های جریان از آزمون ADF استفاده گردید. نتایج این آزمون نشان داد که با حذف عوامل نایستایی، سری‌های جریان رودخانه ایستا می‌شوند. برای بررسی شدت غیر خطی بودن سری‌های ماهانه و روزانه جریان از آزمون BDS استفاده شد. نتایج نشان داد که سری ماهانه جریان، خاصیت غیرخطی خفیفی دارد اما سری روزانه جریان به شدت غیر خطی می‌باشد. مدل‌های AR(8) و BL(8,0,1,1) مدل‌های منتخب جریان ماهانه بوده که ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا در مدل خطی به ترتیب ۰/۹۰۶ و ۲/۸۹۲ مترمکعب در ثانیه و برای مدل غیرخطی ۰/۹۳۰ و ۲/۴۳۶ متر مکعب در ثانیه محاسبه گردیدند. برای جریان روزانه، مدل خطی AR(25) و مدل غیرخطی BL(25,0,1,1) انتخاب گردید که ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا در مدل خطی به ترتیب برابر ۰/۸۷۳ و ۴/۱۱۶ متر مکعب در ثانیه و برای مدل غیرخطی معادل ۰/۹۲۳ و ۳/۰۸۵ متر مکعب در ثانیه به دست آمد. طبق نتایج حاصله، استفاده از مدل دوخطی در مقیاس روزانه سبب کاهش مقدار خطا به میزان ۳۳ درصد شد و ضریب همبستگی را ۵/۷ درصد افزایش داد. افزایش دقت مدل دوخطی در مقایسه با مدل خطی به دلیل خاصیت غیرخطی شدید مقیاس روزانه می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: آزمون ADF، آزمون BDS، ایستایی، سری‌زمانی، مدل دوخطی.

## Comparing Linear and Nonlinear Time Series Models in River Flow Forecasting (Case Study: Baranduz-chai River)

F. Ahmadi<sup>1</sup>, Y. Dinpajoh<sup>2</sup>, A. Fakheri Fard<sup>3</sup>, and K. khalili<sup>4</sup>

1- Msc student, Tabriz University, Tabriz, Iran.

2- Associate Professor, Tabriz University, Tabriz, Iran.

3- Professor, Tabriz University, Tabriz, Iran.

4- Assistant Professor, Urmia University, Urmia, Iran.

Received: 23 Oct. 2012

Accepted: 6 May 2013

### Abstract

Forecasting river flow using current models like time series, Physical-theoretical and regression models are very important in water resources management. In this study monthly and daily discharge of Barandouz-Chai River for period of 37 years have been used in order to linear ARMA and Nonlinear

1- Auto Regressive Moving Average (ARMA)

Bilinear models. ADF test has been used for stationarity test. Result showed removing nonstationarity components cause to river series became stationary. For nonlinearity rate of monthly and daily streamflow series BDS test has been employed. As results showed monthly series detect low nonlinearity but daily series has high nonlinearity dependence. For monthly series AR(8) and BL(8,0,1,1) selected as the best models. Regression coefficient and root mean square error of these models are 0.906 and 2.892 (m<sup>3</sup>/s) for linear model and 0.930 and 2.436 (m<sup>3</sup>/s) for nonlinear model respectively. For daily streamflow series, AR(25) and BL(25,0,1,1) were best models with regression coefficient and root mean square error equal to 0.873 and 4.116 (m<sup>3</sup>/s) for linear model and 0.923 and 3.085 (m<sup>3</sup>/s) for nonlinear model respectively. According to results using bilinear nonlinear model cause to reduction error of daily model up to 33 percent and increased regression coefficient to 5.7 percent. Because of high nonlinearity rate of daily streamflow series the bilinear model accuracy increased.

**Keywords:** ADF test, BDS test, Stationarity, Time series, Bilinear model.

### مقدمه

آغاز شده و با ارائه مدل‌های باکس-جنکینز به اوج خود رسید. توماس و فایرینگ (۱۹۶۲) جزء اولین کسانی بودند که از مدل‌های خطی اتورگرسیو در تحلیل جریان‌های رودخانه بهره جستند. پس از آنها مطالعات متعددی در جهان و ایران انجام شده است. که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

قربان‌پور و همکاران (۲۰۱۰) از مدل‌های سری‌زمانی آریما<sup>۴</sup> و دارما<sup>۵</sup> را برای شبیه‌سازی دبی جریان رودخانه کارستی سنگ سوراخ مورد استفاده قرار دادند. نتایج نشان داد که در مدل‌سازی جریان هفتگی و ماهانه این رودخانه کارستی مدل آریما عملکرد بهتری دارد. ولی‌پور و همکاران (۲۰۱۳) از مدل‌های آریما و مدل شبکه عصبی خودهمبسته<sup>۶</sup>، برای مدل‌سازی جریان ماهانه ورودی به مخزن سد از استفاده کردند. طبق نتایج حاصله افزایش مرتبه مدل‌های سری‌زمانی باعث بهبود دقت مدل‌سازی شده و مدل آریما نسبت به آریما با دقت بیشتری توانسته جریان ماهانه را پیش‌بینی نماید، به طور کلی مدل شبکه عصبی خودهمبسته بهتر از مدل‌های سری‌زمانی جریان ورودی ماهانه به سد از مدل‌سازی کرده است.

مدل بی‌لینیر یا دوخطی<sup>۷</sup> توسط گرانگر و آندرسون<sup>۸</sup> (۱۹۷۸) معرفی شد و تحقیقات فراوانی پس از آن بر روی این مدل به عمل آمد. این محققان خصوصیات آماری مدل BL(1,0,1,1) را مورد بررسی و توجه قرار دادند. مدل BL(p,0,p,1) توسط سوپارائو<sup>۹</sup> (۱۹۸۱) مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و به نتایج جالبی در رابطه با خصوصیات سری‌های زمانی دست یافت. سوپارائو و گابری<sup>۱۰</sup> (۱۹۸۴) بر روی برخی خصوصیات و کاربردهای این مدل مباحثی انجام و نمایش ماتریسی و فضایی این مدل را

نیاز روزافزون به آب سبب گردیده است که برنامه‌ریزی‌های مدیریتی به منظور کنترل مصرف آب در آینده از اهمیت بیشتری برخوردار باشد. با پیش‌بینی نمودن آبدی رودخانه‌ها علاوه بر مدیریت بهره‌برداری از منابع آب، می‌توان حوادث طبیعی نظیر سیل و خشکسالی را نیز پیش‌بینی و مهار نمود. همچنین می‌توان از نتایج یک مدل شبیه‌سازی به منظور بررسی صحت داده‌ها و یا اصلاح و تکمیل آن‌ها استفاده کرد. مطابق تقسیم‌بندی گووینداراجو<sup>۱</sup> (۲۰۰۰) مدل‌هایی که امروزه در هیدرولوژی مورد استفاده قرار می‌گیرند، شامل مدل‌های ریاضی-فیزیکی، مدل‌های ژئومورفولوژیکی و مدل‌های تجربی می‌باشند. دسته اول مدل‌ها، براساس خصوصیات فیزیکی سیستم هستند که به صورت معادله‌های دیفرانسیل بیان می‌شوند اما دسته دوم بر مبنای خصوصیات ژئومورفولوژیکی سیستم هیدرولوژیکی مورد نظر بیان می‌شوند. مدل‌های تجربی بدون توجه به پارامترها، سعی در ایجاد رابطه‌ای بین داده‌های ورودی و خروجی دارند که این مدل‌ها به مدل‌های جعبه سیاه یا میانگینی معروف هستند. مدل‌های سری‌زمانی به عنوان یک مدل ریاضی-فیزیکی توانایی زیادی در مدل‌سازی پدیده‌های خطی و غیرخطی دارند. مدل سری‌زمانی از دو بخش اصلی، شامل مؤلفه تصادفی و مؤلفه جبری مدل تشکیل شده که مؤلفه جبری مدل با استفاده از ارقام مشاهداتی و بخش تصادفی با استفاده از روش‌های مختلف استوکاستیک<sup>۲</sup> به دست می‌آید. بنابراین ساختار مدل‌های سری‌زمانی می‌تواند با ساختار سری‌های هیدرولوژیکی در صورت انتخاب درست مدل و محاسبات صحیح آن سازگاری و مطابقت ویژه‌ای داشته باشد (سالاس<sup>۳</sup>، ۱۹۹۳). بیشتر مدل‌های سری‌زمانی رایج در هیدرولوژی و منابع آب تحلیل مدل‌های خطی سری‌های زمانی است. مدل‌های غیرخطی بیشتر در علوم مرتبط با آمار، اقتصاد و ریاضیات مورد بحث قرار گرفته و توسعه یافته‌اند و کمتر در منابع آب استفاده شده است. کاربرد مدل‌های خطی سری‌های زمانی در هیدرولوژی از چهار دهه پیش

4- Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA)

5- Deseasonalized Auto Regressive Moving Average (DARMA)

6- Autoregressive Artificial Neural Network

7- Bilinear Models

8- Granger And Andersen

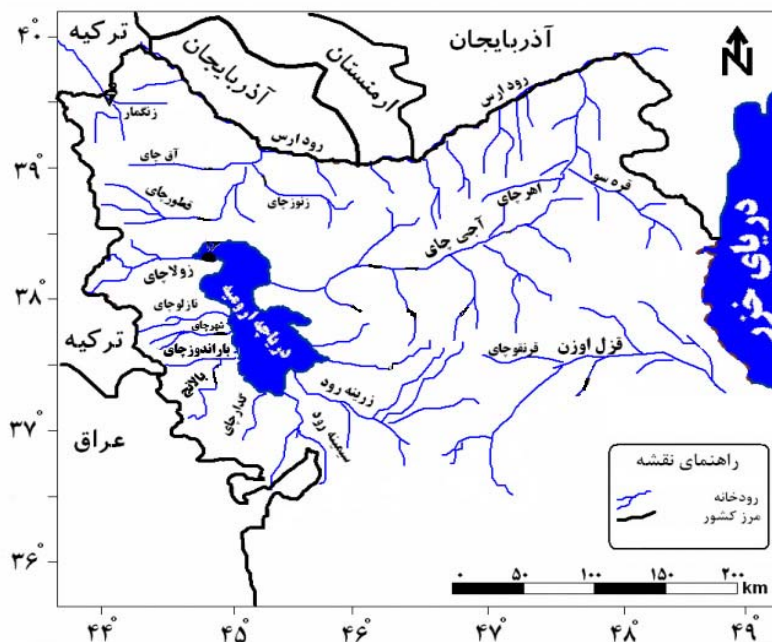
9- Subba Rao

10- Subba Rao and Gaber

1- Govindaraju

2- Stochastic

3- Salas



شکل ۱- موقعیت رودخانه باراندوزچای

جدول ۱- مشخصات آماری سری جریان ماهانه و روزانه رودخانه باراندوزچای

ایستگاه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	دوره آماری	مقیاس	تعداد داده	ضریب چولگی ( $m^3/s$ )	دبی میانگین ( $m^3/s$ )
دیزج	۴۵ - ۰۴	۳۷ - ۲۳	۱۳۵۲ - ۸۸	ماهانه	۴۴۴	۱/۹۳	۷/۹۶
				روزانه	۱۳۵۰۴	۳/۲۵	۷/۹۸

می باشد. در این راستا ابتدا ایستایی و شدت غیرخطی بودن سری‌های جریان رودخانه با استفاده از دو آزمون ADF و BDS بررسی شده، سپس با استفاده از معیار آکایکه اصلاح شده، مرتبه مدل‌های مناسب خطی و غیرخطی برای مدل‌سازی جریان رودخانه انتخاب شده است.

## مواد و روش‌ها

### موقعیت منطقه مورد مطالعه

در این مطالعه از داده‌های دبی جریان روزانه و ماهانه ایستگاه هیدرومتری دیزج واقع در رودخانه باراندوزچای ارومیه در طول دوره آماری ۱۳۵۲ تا ۱۳۸۸ استفاده گردید. شکل (۱) موقعیت رودخانه مورد مطالعه را نشان می‌دهد. مساحت حوضه باراندوزچای در ایستگاه هیدرومتری دیزج ۶۶۰/۷۱ کیلومتر مربع است. این حوضه در شمال غرب کشور بین دریاچه ارومیه و مرز ایران و کشورهای عراق و ترکیه واقع شده است. موقعیت جغرافیایی این حوضه از  $37^{\circ}29'$  تا  $37^{\circ}06'$  طول شرقی و  $45^{\circ}14'$  تا  $44^{\circ}45'$  عرض شمالی است. طول آبراهه اصلی حوضه ۷۵ کیلومتر و حداکثر و حداقل ارتفاع این حوضه به ترتیب ۳۵۰۰ و ۱۲۵۰ متر

ارائه نمودند. شاید یکی از بهترین راه‌ها جهت معرفی مدل های غیرخطی سری زمانی اضافه کردن یک عبارت به مدل خطی باشد که این عمل در مدل دوخطی مشاهده می‌گردد (فان و یائو، ۲۰۰۳).

لائوکس و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از مدل غیرخطی سری‌زمانی آرما-قارچ<sup>۱</sup> با ارزیابی بر روی داده‌های ایستگاه‌های منتخب در منطقه آلپ آلمان، شبیه‌سازی بارش باران تصادفی را انجام دادند. آنها با تمرکز روی جفت مثبت مشاهده و مدل‌سازی بارش، این مدل را برای پالایش محلی در جهت اصلاح داده‌ها به کار گرفتند. مدل غیرخطی دوخطی در شاخه‌های مختلف علوم نظیر اقتصاد به کار گرفته شده است. ولی به نظر می‌رسد در منابع آب و تحقیقات مربوط به آن کمتر به کار برده شده است.

هدف از این مطالعه برآزش مدل های سری زمانی خطی و غیرخطی برای داده های ماهانه و روزانه جریان باراندوزچای ارومیه و مقایسه دقت دو مدل خطی خانواده آرما و غیرخطی BL

1- Fan and Yao  
2- Auto Regressive Moving Average – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARMA-GHARCH)

$X_t$  که هر دو نیست به زمان متغیرند، باعث شده معادله از حالت خطی خارج شده و مدل غیرخطی شود. برازش یک مدل سری-زمانی غیرخطی دوخطی شامل دو جنبه مهم است: یکی تعیین رسته یا مرتبه‌های مدل شامل  $(p, q, r, s)$  و دیگری تخمین ضرایب مدل شامل مقادیر  $\beta$ ،  $\theta$  و  $\phi$  می‌باشد. تعیین رسته مدل در این تحقیق با استفاده از روش شناخته شده معیار آکایکه اصلاح شده<sup>۴</sup> (AICC) انجام می‌گیرد. مقدار معیار آکایکه برای رسته-های مختلف از رابطه زیر محاسبه شده و هر رسته که مقدار معیار آکایکه آن کمتر باشد، به عنوان رسته مدل انتخاب خواهد شد (آکایکه<sup>۵</sup>، ۱۹۷۴).

$$AICC(p, q) = n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{2(p+q+1)n}{(n-p-q-2)} \quad (3)$$

که در آن  $n$ : تعداد داده‌ها،  $p$ : مرتبه مدل در بخش خودهمبسته،  $q$ : مرتبه مدل در بخش میانگین متحرک و  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ : واریانس خطاها می‌باشد. البته هنوز عملکرد این روش‌ها در مدل دوخطی بررسی نشده و ناشناخته می‌باشد که این موضوع به دلیل فقدان ارائه تئوری تخمین حداکثر درست‌نمایی برای مدل‌های دوخطی می‌باشد (فان و یائو، ۲۰۰۳). با داشتن رسته مدل  $(p, q, r, s)$  دوخطی می‌توان از روش استاندارد تابع تخمین حداکثر درست‌نمایی برای تخمین ضرایب مدل استفاده کرد. فرض می‌کنیم  $Z_1, \dots, Z_T$  سری داده‌های مشاهداتی باشند که به حالت ایستا تبدیل شده‌اند. فرض می‌کنیم  $\theta = (\theta_1^T, \theta_2^T)^T$  باشد که در آن:

$$\theta_1 = (b_1, \dots, b_p, a_1, \dots, a_q)^T \quad (4)$$

$$\theta_2 = (c_{11}, \dots, c_{1s}, c_{21}, \dots, c_{rs})^T$$

می‌توان تابع لگاریتم لایکلیهود (ضمنی)<sup>۶</sup> را به صورت زیر نوشت (فان و یائو، ۲۰۰۳):

$$l(\theta, \sigma^2) = -\frac{N-p'}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=p'+1}^T \hat{\varepsilon}_t(\theta)^2 \quad (5)$$

که در آن  $p' = \max\{p, r\}$  و مقادیر  $\hat{\varepsilon}_{p'}(\theta), \hat{\varepsilon}_{p'+1}(\theta), \dots$  با در نظر گرفتن شرایط

از سطح آزاد آب‌ها می‌باشد. در جدول (۱) برخی از مشخصات ایستگاه هیدرومتری دیزج آورده شده است.

### مدل‌های دوخطی و آرما

با توجه به این که مدل آرما رایج‌ترین مدل کاربردی در پیش‌بینی سری‌های زمانی هیدرولوژیکی است و حالت خاصی از مدل غیرخطی دوخطی محسوب می‌شود، در ابتدا شکل کلی این مدل به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$ARMA(p, q): Z_t = \sum_{i=1}^p (\phi_i \cdot Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \cdot \varepsilon_{t-j}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

در رابطه فوق  $Z_t$ : سری زمانی نرمال و استاندارد،  $\phi_j$ : ضرایب مدل خودهمبستگی (AR)،  $\varepsilon_t$ : سری زمانی مستقل یا سری تصادفی مدل،  $q$ : و  $p$ : رسته یا مرتبه مدل می‌باشند. به عنوان نمونه در صورتی که مرتبه های مدل آرما به صورت  $p=1$  و  $q=2$  باشند، مدل  $ARMA(1,2)$  را می‌توان به صورت  $Z_t = \phi_1 \cdot Z_{t-1} - \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$  نوشت.

مدل‌های خطی سری‌زمانی در واقع بسط مرتبه اول سری‌های تیلور<sup>۱</sup> می‌باشند. ایده اصلی مدل دوخطی نیز غیرخطی بودن بسط مرتبه دوم سری تیلور می‌باشد. شکل کلی مدل دوخطی به صورت زیر است (تی‌سای<sup>۲</sup>، ۲۰۰۲).

$$Z_t = \sum_{i=1}^p (\phi_i \cdot Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \cdot \varepsilon_{t-j}) + \sum_{i=0}^r \sum_{j=1}^s (\beta_{ij} \cdot Z_{t-i-j} \cdot \varepsilon_{t-j}) + \varepsilon_t \quad (2)$$

که در آن  $Z_t$ : سری زمانی مورد نظر و  $p, q, r, s$ : اعداد صحیح مثبت می‌باشند که رسته یا مرتبه مدل دوخطی را نشان می‌دهند.  $\beta, \theta$  و  $\phi$ : ضرایب مدل دوخطی و  $\varepsilon_t$  نیز سری تصادفی نرمال و استاندارد می‌باشد. مدل فوق در برخی منابع مانند فان و یائو (۲۰۰۳) به صورت مدل  $BL(p, q, r, s)$  نیز نمایش داده می‌شود. مدل دوخطی در واقع مدل آرمای (خطی) بسط داده شده می‌باشد که عبارت غیرخطی  $\sum_{i=0}^r \sum_{j=1}^s (\beta_{ij} \cdot Z_{t-i-j} \cdot \varepsilon_{t-j})$  به سمت راست آن اضافه شده است (اینکاران<sup>۳</sup>، ۲۰۰۴). در این عبارت حاصل ضرب دو متغیر  $\varepsilon_t$  و

4- Corrected Akaike Information Criterion (AICC)  
5- Akaike  
6- Conditional Log Likelihood Function

1-Taylor Series  
2- Tsay  
3- Ainkaran

سپس آماره  $\hat{t}$  از رابطه زیر محاسبه می‌گردد (وانگ و همکاران، ۲۰۰۵):

$$\hat{t} = \frac{\hat{\rho} - 1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}} \quad (۸)$$

که در آن  $\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}$ : موسوم به خطای استاندارد حداقل مربعات خطی برای پارامتر  $\hat{\rho}$  بوده و از رابطه  $\hat{\sigma}_{\hat{\rho}} = S_e \left( \sum_{t=2}^N x_{t-1}^2 \right)^{-1/2}$  محاسبه می‌شود. مقدار  $S_e$  نیز از رابطه  $S_e = \frac{1}{N-2} \sum_{t=2}^N (x_t^2 - \hat{\rho} x_{t-1})^2$  به دست می‌آید. دیکي و فولر (۱۹۷۹) یک توزیع محدود را برای آماره آزمون ADF در نظر گرفتند. فرض صفر ( $H_0$ ) مبنی بر نایستایی پذیرفته می‌شود اگر مقدار آماره  $t$  محاسبه شده کوچک‌تر از مقادیر بحرانی در سطح معنی‌داری  $\alpha$  باشد. در غیر این صورت فرض صفر رد شده و فرض مخالف یا ( $H_1$ ) (ایستایی سری) تأیید می‌شود. مقادیر بحرانی آزمون ADF در سطوح معنی‌داری یک، پنج و ۱۰ درصد به ترتیب برابر با ۳/۴۴-، ۲/۸۶- و ۲/۵۷- می‌باشد و در تحقیق حاضر سطح اطمینان پنج درصد، معادل ۲/۸۶- در نظر گرفته شد (دیکي و فولر، ۱۹۷۹).

### آزمون BDS<sup>۱</sup>

آزمون BDS توسط براک و همکاران (۱۹۹۱) توسعه یافته و توسط براک و همکاران (۱۹۹۶) به چاپ رسید. این آزمون یک روش غیرپارامتری است که برای آزمون همبستگی متوالی و ساختار غیرخطی موجود در یک سری‌زمانی بر مبنای مجموع همبستگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. سری زمانی اسکالر  $\{x_t\}$  را که دارای طول  $n$  و ابعاد  $m$  می‌باشد، در نظر گرفته و سری جدید  $\{X_t\}$  را به صورت  $X_t = (x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau})$ ،  $X_t \in R^m$  می‌توان ایجاد نمود که در آن  $\tau$  تعداد نقاط محاط در فضای  $m$  بعدی است. سپس مجموع همبستگی  $C_{m,M}(r)$  که توسط گراسبرگر و پروساشیا<sup>۲</sup> (۱۹۳۸) ارائه شده محاسبه می‌شود.

$$C_{m,M}(r) = \left( \frac{M}{2} \right)^{-1} \sum_{1 \leq i < j \leq M} H(r - \|X_i - X_j\|) \quad (۹)$$

$q' = \max\{q, s\}$  و با استفاده از مدل عمومی دوخطی قابل محاسبه خواهند بود. در این تحقیق به دلیل عدم ارائه تئوری حداکثر درست‌نمایی، از روش کمترین مربعات خطا برای تخمین ضرایب مدل استفاده شد.

### آزمون ایستایی

یکی از شرایط مهم در تحلیل سری‌های زمانی ایستایی سری می‌باشد. یک سری‌زمانی ایستاست اگر سری فاقد روند، پرش یا حالت تناوبی باشد. در این صورت امید ریاضی و واریانس سری مستقل از زمان می‌باشد (سالاس و همکاران، ۱۹۸۸). معمولاً سری زمانی جریان رودخانه در مقیاس سالانه ایستا فرض می‌شود. با این حال در مقیاس‌های ماهانه و یا روزانه این فرض ممکن است صحیح نباشد که علت آن اثر تغییرات اقلیمی روی جریان، پدیده‌های طبیعی و دستکاری بشر در حوضه مانند ساخت مخازن می‌باشد.

### آزمون ریشه واحد دیکي - فولر برای بررسی ایستایی سری (ADF<sup>۱</sup>)

آزمون ریشه واحد در ابتدا توسط دیکي و فولر<sup>۲</sup> (۱۹۷۹) ارائه گردید سپس توسط سید و دیکي<sup>۳</sup> (۱۹۸۴) تصحیح گردید. آزمون ریشه واحد دیکي فولر از طریق تخمین حداقل مربعات خطی (OLS<sup>۴</sup>) یا مدل‌های رگرسیونی با وجود یک روند خطی به وجود آمده است. مدل AR(1) که یک مدل خودهمبسته با تأخیر یک می‌باشد عبارت است از:

$$x_t = \rho \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t \quad t=1,2,\dots,n \quad (۶)$$

که در آن  $n$ : تعداد مشاهدات و  $\varepsilon_t$ : سری تصادفی نرمال استاندارد و مستقل با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  و  $\rho$ : پارامتر مدل AR(1) می‌باشد. این معادله را می‌توان برای مدل خودهمبسته مرتبه  $P$  یا AR(P) نیز بازنویسی نمود. با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی مقدار  $\hat{\rho}$  به شرح زیر برآورد می‌شود (وانگ و همکاران، ۲۰۰۵):

$$\hat{\rho} = \left( \sum_{t=2}^N X_{t-1}^2 \right)^{-1} \times \sum_{t=2}^N X_t \cdot X_{t-1} \quad (۷)$$

- 1- Augmented Dickey - Fuller
- 2- Dickey and Fuller
- 3- Said and Dickey
- 4- Ordinary Least Square
- 5- Wang et al.

6- Brock Dechert Scheinkman Test  
7- Grassberger and Procaccia

در شرایط فرض صفر برای سری  $\{x_t\}$  آماره BDS برای  $m > 1$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$BDS_{m,M}(r) = \frac{\sqrt{M} C_m(r) - C_1^m(r)}{\sigma_{m,M}(r)} \quad (۱۴)$$

زمانی که  $M \rightarrow \infty$  آماره BDS به توزیع نرمال واحد متمایل می‌گردد مشروط بر اینکه نمونه‌های بزرگ‌تری با ابعاد  $m$  بزرگ‌تر از ۲ و کوچک‌تر از ۵ داشته باشیم (براک و همکاران، ۱۹۹۱). برای مقدار  $\Gamma$  پیشنهاد شده که بین یک دوم تا دو سوم انحراف معیار داده‌ها در نظر گرفته شود. وانگ و همکاران (۲۰۰۵) به این نتیجه رسیدند که اگر  $\Gamma$  یک دوم انحراف معیار در نظر گرفته شود، در این صورت تعداد نقاط موجود در فضای  $m$  بعدی زمانی که  $m$  بزرگ باشد (مثلاً  $m=5$ ) بسیار کم خواهد بود به ویژه برای سری‌هایی که داده‌های کمتری دارند (به عنوان مثال کمتر از ۱۰۰ داده). از طرف دیگر در حالتی که  $\Gamma$  برابر سه دوم انحراف معیار در نظر گرفته شود، تعداد نقاط موجود در فضای  $m$  زمانی که  $m$  کوچک باشد (مانند  $m=2$ ) بسیار زیاد و به هم نزدیک می‌باشد که محاسبه  $C_{m,M}(r)$  را تحت تأثیر قرار خواهد داد، بنابراین مقدار  $\Gamma$  برابر با انحراف معیار پیشنهاد شده است.

### آزمون نکویی برازش

در این مطالعه برای بررسی نکویی برازش مدل منتخب، از آزمون پورت مانتو استفاده گردید. در این روش ابتدا سری باقیمانده مدل به دست آمده سپس برای تعداد تأخیر مشخص ضرایب خودهمبستگی سری محاسبه شده و آماره پورت مانتو (Q) به صورت زیر به دست می‌آید (سالاس و همکاران، ۱۹۸۸):

$$Q = n \sum_{k=1}^L r_k^2 \quad (۱۵)$$

که در آن  $n$ : تعداد داده،  $L$ : حداکثر تعداد تأخیر بوده که در این مطالعه برای سری ماهانه ۲۵ درصد تعداد داده‌ها و برای سری روزانه ۳ درصد کل داده‌ها (به دلیل زیاد بودن تعداد داده‌ها) در نظر گرفته شد،  $r_k$ : ضریب خود همبستگی مرتبه  $k$  ام و  $\mathcal{E}_t$ : سری باقیمانده مدل می‌باشد. آماره آزمون پورت مانتو دارای توزیع کی دو با درجه آزادی  $(L-p-q)$  است و در صورتی که  $Q \leq \chi^2_{(1-\alpha), (L-p-q)}$  باشد، مقادیر  $\mathcal{E}_t$  ناهمبسته بوده و مدل نظیر آن کفایت لازم را دارد. در این مطالعه سطح معنی‌داری پنج درصد در نظر گرفته شد.

که در آن  $M=n-(m-1)$  بوده و  $r$  عبارت است از شعاع یک کره به مرکز  $X_i$  و  $H(u)$  تابع هویساید<sup>۱</sup> بوده که در آن برای  $u > 0$  مقدار  $H(u) = 1$  و برای  $u \leq 0$  مقدار  $H(u) = 0$  می‌باشد.  $C_{m,M}(r)$  تعداد نقاط را در فضای  $m$  بعدی که در شعاع  $\Gamma$  کره قرار می‌گیرد، محاسبه می‌نماید. در این آزمون فرض صفر براک و همکاران (۱۹۹۶) برای دستیابی به  $H_0$  این است که سری زمانی نمونه از یک فرآیند مشخص مستقل تبعیت نماید. براک و همکاران (۱۹۹۶) فرض نرمال بودن  $C_{m,M}(r)$  را تحت شرایط فرض صفر به کار بردند که در آن  $\{x_t\}$  سری تحت آزمون بوده و به نرمال واحد متمایل می‌گردد. اگر سری‌های تولید شده فرآیندهای ایستایی داشته باشند، در این صورت حد  $C_{m,M}(r)$  به صورت  $C_m(r) = \lim_{M \rightarrow \infty} C_{m,M}(r)$  وجود خواهد داشت. در این حالت حد عبارت فوق به صورت زیر می‌باشد:

$$C_{m,M}(r) = \iint H(r - \|X - Y\|) dF_m(X) dF_m(Y) \quad (۱۰)$$

که در آن  $F_m$  تابع توزیع غالب بر سری زمانی  $\{x_t\}$  را نشان می‌دهد. در صورتی که فرآیند مستقل بوده و رابطه  $H(r - \|X_i - Y_j\|) = \prod_{k=1}^m H(r - |X_{i,k} - Y_{j,k}|)$  برقرار باشد، رابطه (۱۰) به معنای  $C_m(r) = C_1^m(r)$  خواهد بود. هم چنین عبارت  $C_m(r) - C_1^m(r)$  دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{4} \sigma_{m,M}^2(r) = m(m-2)C^{2m-2}(K-C^2) + K^m - C^{2m} + 2 \sum_{j=1}^{m-1} [C^{2j}(K^{m-j} - C^{2m-2j}) - mC^{2m-2}(K-C^2)] \quad (۱۱)$$

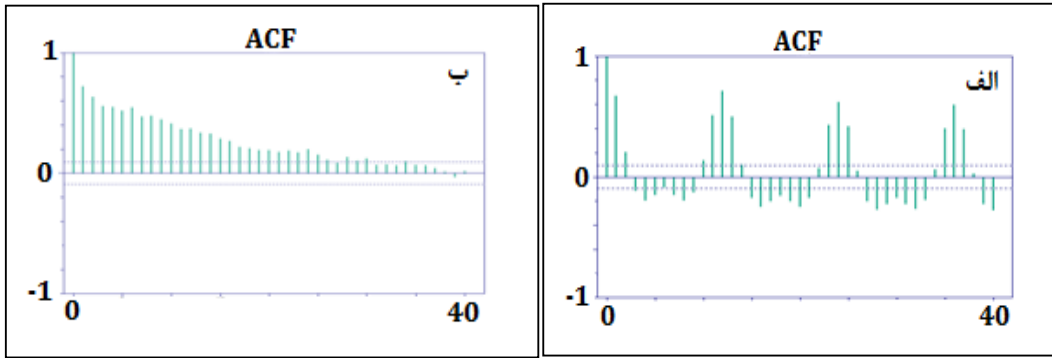
مقادیر ثابت  $C$  و  $K$  در رابطه (۱۱) را می‌توان به صورت زیر برآورد نمود:

$$C_M(r) = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M H(r - \|X_i - X_j\|) \quad (۱۲)$$

(۱۳)

$$K_M(r) = \frac{1}{M^3} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M H(r - \|X_i - X_j\|) H(r - \|X_j - X_k\|)$$

1- Heaviside function



شکل ۲- نمودار خودهمبستگی سری ماهانه دبی جریان رودخانه باراندوزچای به ترتیب قبل (الف) و بعد (ب) از استاندارد کردن داده‌ها

جدول ۲- نتایج آزمون ADF برای سری نرمال و استاندارد دبی جریان رودخانه باراندوزچای

مقیاس زمانی	نوع سری	تاخیر	آماره آزمون	P-Value	نتیجه آزمون
ماهانه	نرمال	۲۵	-۲/۴۳	۰/۸۳	نا ایستا
	استاندارد	۸	-۳/۰۵	۰/۰۳	ایستا
روزانه	نرمال	۲۶	-۸/۳۸	۰/۰۰	ایستا
	استاندارد	۲۳	-۹/۳۶	۰/۰۰	ایستا

تابع خودهمبستگی<sup>۲</sup> سری نرمال ماهانه دبی جریان رودخانه را به ترتیب قبل و بعد از استاندارد کردن داده‌ها (حذف تناوب) نشان می‌دهد. با توجه به این شکل‌ها می‌توان وجود تناوب در سری- زمانی نرمال را با توجه به نوسانی بودن نمودار به خوبی تشخیص داد. برای حذف خاصیت تناوبی مقدار دبی جریان مشاهداتی نرمال شده از میانگین متناظر هر ماه کسر و به انحراف معیار نظیر تقسیم شد و نمودار خودهمبستگی برای داده‌های جدید رسم گردید. شکل‌های ۳-الف و ۳-ب نیز نمودار خودهمبستگی سری نرمال شده جریان را در مقیاس روزانه به ترتیب قبل و بعد از استاندارد کردن نشان می‌دهد. به طوریکه از این شکل‌ها مشاهده می‌شود در مقیاس روزانه، حالت سینوسی همبستگی‌نگار بعد از استاندارد کردن (۳-ب) حذف شده است. همچنین با توجه به شکل‌های (۲) و (۳) می‌توان دریافت که حافظه سری روزانه بسیار زیاده‌تر از سری ماهانه می‌باشد.

جدول (۲) نتایج آزمون ADF را برای سری‌های نرمال و استاندارد روزانه و ماهانه نشان می‌دهد. با توجه به نتایج این جدول، برای سری ماهانه نرمال، مقدار آماره آزمون -۲/۴۳ بوده که از حد بحرانی ان معادل معادل -۲/۸۶ در سطح پنج درصد بزرگ‌تر می‌باشد. بنابراین سری ماهانه نرمال ایستا نبوده و با استاندارد کردن آن سری ایستا می‌شود. برای سری روزانه نیز مشاهده می‌گردد که آماره‌های آزمون ADF محاسبه شده در هر

### ارزیابی مدل

به منظور ارزیابی عملکرد مدل از دو معیار ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> استفاده گردید. مدلی که کمترین مقدار جذر میانگین مربعات خطا و یا بیشترین مقدار ضریب همبستگی را داشته باشد به عنوان مدل مطلوب شناخته می‌شود.

$$RMSE = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{N} \right]^{0.5} \quad (۱۶)$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}} \quad (۱۷)$$

که در روابط فوق  $Q_i$ ،  $\hat{Q}_i$ ،  $\bar{Q}$ : به ترتیب دبی جریان مشاهداتی، دبی جریان محاسباتی، میانگین دبی جریان و  $n$ : تعداد داده‌ها می‌باشد.

### نتایج و بحث

#### نتایج آزمون ایستایی

قبل از انجام آزمون ایستایی، لازم است که خاصیت تناوبی و روند از داده‌ها حذف شود. شکل‌های (۲-الف) و (۲-ب) نمودار

$$BL(8,0,1,1) = Z_t = 0.528 \times Z_{t-1} + 0.095 \times Z_{t-2} + 0.019 \times Z_{t-3} + 0.075 \times Z_{t-4} + 0.001 \times Z_{t-5} + 0.192 \times Z_{t-6} - 0.120 \times Z_{t-7} + 0.090 \times Z_{t-8} + (0.100 \times \varepsilon_{t-1} \times Z_{t-1}) + \varepsilon_t$$

که در این مدل  $\beta = 0.100$  می‌باشد.

قبل از استفاده از مدل‌های AR(8) و BL(8,0,1,1) برای برازش و پیش‌بینی جریان ماهانه رودخانه مورد مطالعه، آزمون نکویی برازش صورت گرفت. جدول (۴) نتایج آزمون نکویی برازش را با استفاده از روش پورت مانتهو نشان می‌دهد. به طوری که از جدول مذکور می‌توان نتیجه گرفت مقدار آماره پورت مانتهو (Q) برای مدل‌های منتخب کمتر از مقدار جدول کای اسکور در سطح پنج درصد می‌باشد. بنابراین، نتایج حاصل از این روش صحت و کفایت مدل‌های برازشی AR(8) و BL(8,0,1,1) را تأیید می‌نماید. از این مدل‌ها برای تولید آمار از سال آبی ۱۳۸۴ تا ۱۳۸۸ (به مدت پنج سال) استفاده گردید. شکل (۴-الف) و (۴-ب) به ترتیب نمودار پراکندگی مقادیر مشاهداتی در مقابل مقادیر محاسباتی حاصل از مدل‌های AR(8) و BL(8,0,1,1) را برای سری‌های ماهانه جریان رودخانه مورد مطالعه نشان می‌دهند. نتایج ارزیابی عملکرد مدل‌های بسط داده شده در جدول (۵) ارائه گردیده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که مدل‌های AR(8) و BL(8,0,1,1) به خوبی توانسته‌اند دبی جریان ماهانه رودخانه را مدل‌سازی کنند و با توجه به اینکه جریان ماهانه خاصیت غیرخطی خفیفی داشت از این‌رو نتایج هر دو مدل تقریباً مشابه می‌باشد.

## ۲- نتایج مدل‌سازی خطی و غیرخطی سری روزانه دبی جریان رودخانه

نتایج آزمون BDS نشان داد که سری روزانه جریان رودخانه باراندوزچای خاصیت غیرخطی شدیدی دارد. در این قسمت از هر دو مدل خطی و غیرخطی استفاده شده و نتایج حاصل از مدل‌سازی جریان روزانه رودخانه مورد مقایسه قرار گرفته است. برای

دو سری نرمال و استاندارد کوچک‌تر از حد بحرانی بوده و ایستای می‌باشند.

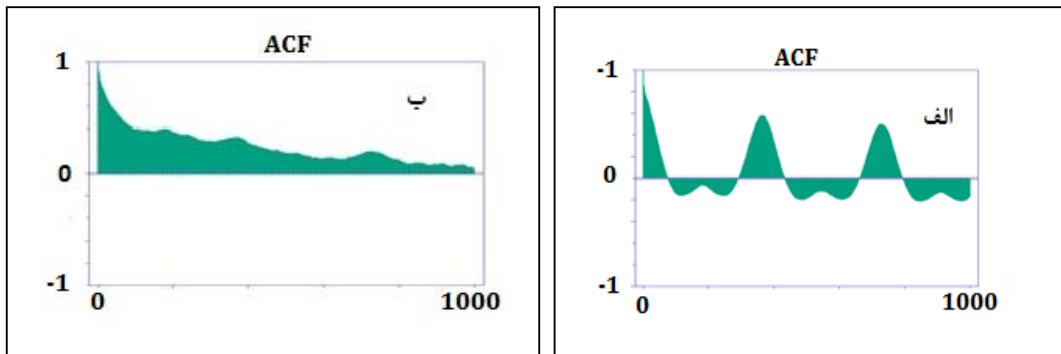
## نتایج آزمون BDS

پس از حذف خاصیت تناوبی و استاندارد کردن داده‌ها، میزان غیر خطی بودن سری‌های روزانه و ماهانه با استفاده از آزمون BDS مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا همبستگی متوالی خطی از سری‌های ماهانه و روزانه با استفاده از مدل AR حذف شد. نتایج آزمون BDS در جدول (۳) ارائه گردیده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که سری ماهانه خاصیت غیرخطی خفیفی دارد چرا که آماره BDS محاسباتی کوچک‌تر بوده و مقدار P-Value نیز نزدیک به پنج درصد می‌باشد اما در سری روزانه آماره BDS عدد بزرگ‌تری بوده و مقدار P-Value نیز صفر می‌باشد که نشان دهنده خاصیت غیرخطی شدید برای سری‌های روزانه حتی پس از حذف اثر تناوب از سری‌ها می‌باشد.

## نتایج مدل‌سازی جریان رودخانه

### ۱- نتایج مدل‌سازی خطی و غیرخطی سری ماهانه دبی جریان رودخانه

نتایج آزمون BDS نشان داد که سری ماهانه جریان رودخانه باراندوزچای ارومیه خاصیت غیرخطی شدیدی نداشته و می‌توان از مدل‌های خطی نیز برای برازش جریان ماهانه رودخانه استفاده نمود. در این قسمت از هر دو مدل خطی و غیرخطی استفاده شده و نتایج حاصل مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج حاصل از برازش مدل‌های خطی نشان داد که مدل AR(8) با کمترین مقدار آکایکه اصلاح شده معادل ۸۷۵/۶۲ مناسب‌ترین مدل می‌باشد. از بین مدل‌های غیرخطی دوخطی، مدل BL(8,0,1,1) با داشتن کمترین مقدار آکایکه اصلاح شده معادل ۸۸۵/۰۵ به عنوان مدل مناسب انتخاب گردید. پس از محاسبه ضرایب مدل دوخطی مزبور، شکل کلی آن به صورت زیر به دست آمده است:



شکل ۳- نمودار خودهمبستگی سری روزانه دبی جریان رودخانه باراندوزچای به ترتیب قبل (الف) و بعد (ب) از استاندارد کردن داده‌ها

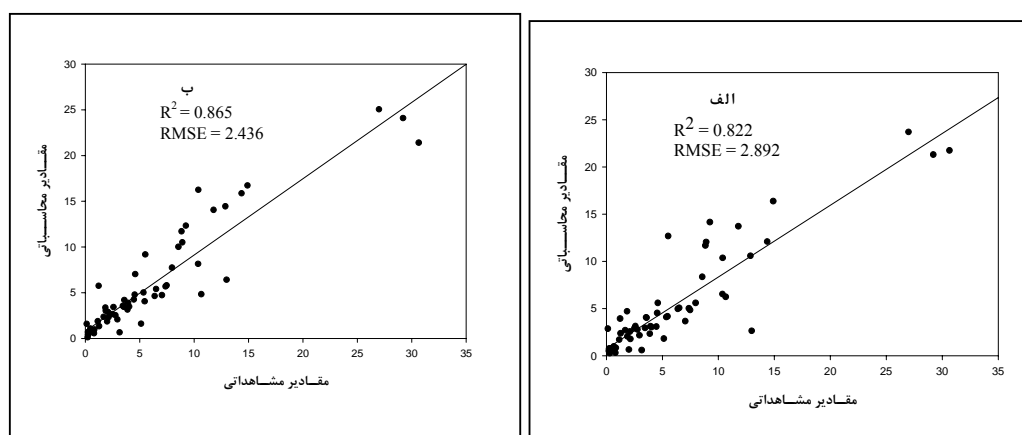


جدول ۳- نتایج آزمون BDS برای سری‌های جریان روزانه و ماهانه استاندارد رودخانه باراندوزچای

رودخانه	مقیاس زمانی	ابعاد	۲	۳	۴	۵	۶
باراندوزچای	ماهانه	BDS Statistic	۰/۰۱۵	۰/۰۲۱	۰/۰۱۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۵
		p-value	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۱۲	۰/۰۳۴	۰/۰۴۴
	روزانه	BDS Statistic	۰/۰۸۳	۰/۱۴۶	۰/۱۸۶	۰/۲۰۸	۰/۲۱۸
		p-value	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

جدول ۴- نتایج آزمون پورت ماتنتو مدل AR(8) برازشی جریان ماهانه رودخانه باراندوزچای

مدل	تعداد داده	تاخیر	درجه آزادی	سطح معنی داری	آماره Q	مقدار جدول $(\chi^2)$	نتیجه آزمون
AR(8)	۴۴۱	۱۱۰	۱۰۲	پنج درصد	۸۰/۹۲	۱۲۴/۵۲	مورد قبول
BL(8,0,1,1)	۴۴۱	۱۱۰	۱۰۰	پنج درصد	۷۹/۸۲	۱۲۴/۰۲	مورد قبول



شکل ۴- الف و ب به ترتیب نمودار پراکندگی مقادیر مشاهداتی در مقابل مقادیر تخمینی حاصل از مدل‌های AR(8) و BL(8,0,1,1) برای سری ماهانه جریان رودخانه باراندوزچای

جدول ۵- تحلیل آماری دقت مدل‌سازی خطی و غیر خطی جریان ماهانه رودخانه باراندوزچای

مدل برازشی	ضریب همبستگی (R)	ضریب تبیین ( $R^2$ )	RMSE ( $m^3/s$ )
AR(8)	۰/۹۰۶	۰/۸۲۲	۲/۸۹۲
BL(8,0,1,1)	۰/۹۳۰	۰/۸۶۵	۲/۴۳۶

استفاده از روش پورت ماتنتو نشان می‌دهد. با توجه به این جدول می‌توان نتیجه گرفت مقدار آماره پورت ماتنتو (Q) برای مدل‌های منتخب کمتر از مقدار جدول کای اسکور در سطح پنج درصد می‌باشد. بنابراین، نتایج حاصل از این روش صحت و کفایت مدل برازشی AR(25) و BL(25,0,1,1) را تأیید می‌نماید. با توجه به تأیید مدل‌ها، پارامترهای هر دو مدل محاسبه شده و از آن‌ها برای تولید آمار از سال آبی ۱۳۸۴ تا ۱۳۸۸ (به مدت پنج

سری روزانه جریان رودخانه، مدل AR (25) و BL(25,0,1,1) با داشتن کمترین مقدار آکایکه اصلاح شده معادل ۴۷۶۱/۱۲ و ۴۷۶۳/۰۲ به عنوان مناسب‌ترین مدل خطی و غیرخطی انتخاب شدند.

قبل از استفاده از مدل‌های منتخب جهت برازش و پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه مورد مطالعه، آزمون نکویی برازش انجام شد. جدول (۶) نتایج آزمون نکویی برازش سری روزانه جریان را با

مشاهده می‌شود که مدل  $AR(25)$  نتوانسته به خوبی دبی جریان رودخانه باراندوزچای را مدل‌سازی کند که این امر می‌تواند به دلیل خاصیت غیرخطی شدید مقیاس روزانه باشد. مدل دوخطی به دلیل داشتن خاصیت غیرخطی در مقایسه با مدل  $AR(25)$  از دقت بیشتری برخوردار می‌باشد به طوری که ضریب همبستگی و مقدار خطا در مدل  $BL(25,0,1,1)$  به ترتیب  $0.923$  و  $3/0.85$  متر مکعب در ثانیه محاسبه گردید.

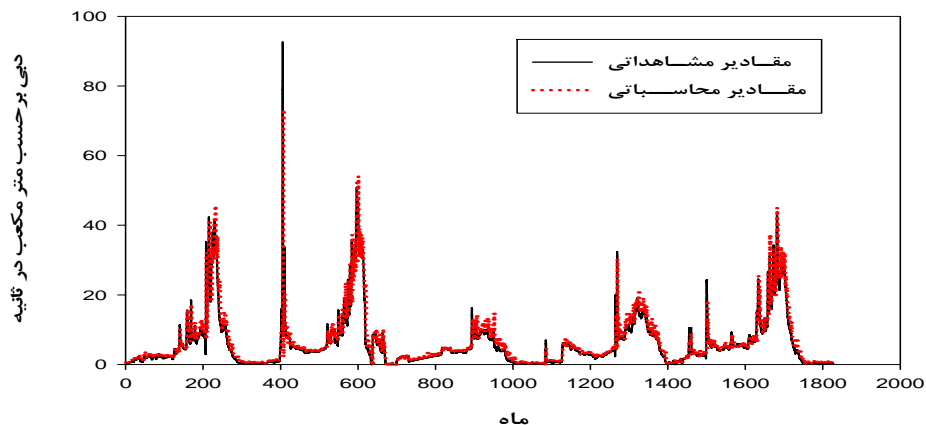
سال استفاده گردید. شکل (۵) مقایسه نتایج مقادیر مشاهداتی با مقادیر پیش‌بینی شده حاصل از مدل  $BL(25,0,1,1)$  را برای سری روزانه جریان رودخانه باراندوزچای نشان می‌دهد. شکل (۶-الف) و (۶-ب) به ترتیب نمودار پراکندگی مقادیر مشاهداتی در مقابل مقادیر محاسباتی حاصل از مدل‌های  $AR(25)$  و  $BL(25,0,1,1)$  را برای سری‌های ماهانه جریان رودخانه مورد مطالعه نشان می‌دهند. نتایج ارزیابی عملکرد مدل‌های بسط داده شده در جدول (۷) ارائه گردیده است. با توجه به این جدول

جدول ۶- نتایج آزمون پورت ماننمو مدل  $AR(8)$  برازشی جریان روزانه رودخانه باراندوزچای

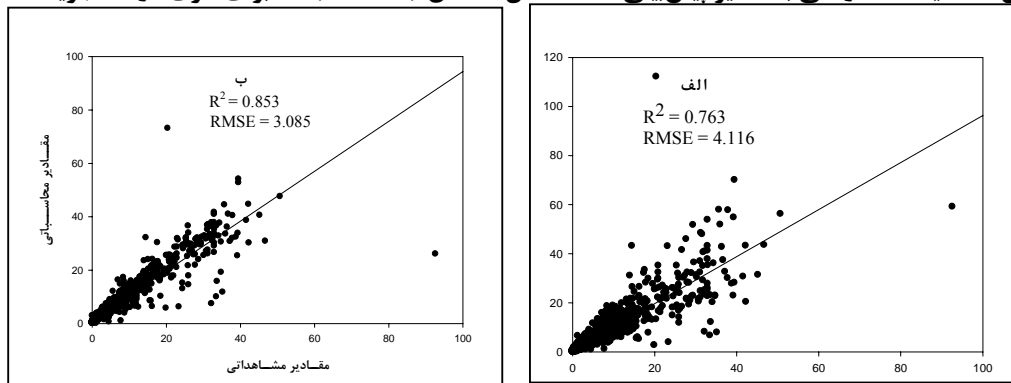
مدل	تعداد داده	تاخیر	درجه آزادی	سطح معنی داری	آماره Q	مقدار جدول ( $\chi^2$ )	نتیجه آزمون
$AR(25)$	۱۳۵۰۴	۴۰۵	۳۸۲	۵ درصد	۲۸۸/۵۸	۴۴۷/۶۰	مورد قبول
$BL(25,0,1,1)$	۱۳۵۰۴	۴۰۵	۳۸۰	۵ درصد	۲۸۷/۰۸	۴۴۷/۲۰	مورد قبول

جدول ۷- تحلیل آماری دقت مدل‌سازی خطی و غیرخطی جریان روزانه رودخانه باراندوزچای

مدل برازشی	ضریب همبستگی (R)	ضریب تبیین ( $R^2$ )	RMSE ( $m^3/s$ )
$AR(25)$	۰/۸۷۳	۰/۷۶۳	۴/۱۱۶
$BL(25,0,1,1)$	۰/۹۲۳	۰/۸۵۳	۳/۰۸۵



شکل ۵- مقایسه آمار واقعی با مقادیر پیش‌بینی شده حاصل از مدل  $BL(25,0,1,1)$  برای سری روزانه جریان



شکل ۶- الف و ب به ترتیب نمودار پراکندگی مقادیر مشاهداتی در مقابل مقادیر تخمینی حاصل از مدل‌های  $AR(25)$  (الف) و  $BL(25,0,1,1)$  برای سری روزانه جریان رودخانه (ب)

## نتیجه‌گیری

در این مطالعه مدل‌سازی سری جریان ماهانه و روزانه رودخانه باراندوزچای ارومیه در محل ایستگاه هیدرومتری دیزج با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی سری‌زمانی انجام شد. از آزمون‌های ADF و BDS به ترتیب برای بررسی ایستایی و تشخیص شدت خطی یا غیر خطی بودن سری‌های ماهانه و روزانه جریان رودخانه باراندوزچای استفاده گردید. نتایج آزمون ADF نشان داد که سری ماهانه نرمال شده نایستا و سری روزانه نرمال شده ایستا می‌باشد. پس از استاندارد کردن داده‌ها خاصیت تناوبی از هر دو سری جریان حذف و سری‌ها ایستا گردیدند. خلیلی و همکاران (۱۳۸۹) و وانگ و همکاران (۲۰۰۵) از آزمون ADF جهت بررسی ایستایی داده‌های سالانه، ماهانه، یک سوم ماه و روزانه جریان رودخانه استفاده کردند. نتایج این محققان نشان داد که با حذف عوامل نایستایی و استاندارد کردن، می‌توان به سری‌های ایستاتری دست یافت. یافته‌های مطالعه حاضر این نتیجه را تأیید کرد.

پس از حذف خاصیت تناوبی و ایستا شدن داده‌ها، میزان غیر خطی بودن سری‌های روزانه و ماهانه با استفاده از آزمون BDS مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که سری ماهانه خاصیت غیرخطی خفیفی دارد اما سری روزانه به شدت غیرخطی می‌باشد. به طور کلی می‌توان گفت که هرچقدر مقیاس زمانی کوچک‌تر می‌شود، شدت غیرخطی بودن افزایش می‌یابد (خلیلی و همکاران، ۱۳۹۰). احتمالاً منبع اصلی غیرخطی بودن فرآیند جریان‌های کوتاه مدت روزانه از غیرخطی بودن فرآیندهای کوتاه مدت اقلیمی نظیر بارش و درجه حرارت منشعب شده و غیرخطی بودن واکنش بارش رواناب نیز باعث پیچیده‌تر شدن فرآیند رودخانه می‌گردد. تحقیقات محققانی نظیر مینشال (۱۹۶۰) نشان داده که بین فرآیند روزانه جریان رودخانه و مجموع بارش روزانه وابستگی غیرخطی وجود دارد. مطلب دیگری که در مطالعات مرتبط با فرآیندهای غیرخطی ارائه گردیده رابطه بین مقیاس زمانی و شدت غیرخطی

بودن فرآیند است به طوری که هر چه مقیاس زمانی کوچک‌تر می‌شود، شدت غیرخطی بودن فرآیندهای اقلیمی افزایش پیدا می‌کند. این مطلب به عنوان نمونه در مطالعه چن و راتو<sup>۱</sup> (۲۰۰۳) و بر روی سری‌های ماهانه بارش و درجه حرارت مشاهده می‌گردد.

واکنش غیرخطی رودخانه با توجه به خصوصیات حوضه نظیر مساحت، توپوگرافی و سیستم جریان آب زیرزمینی می‌تواند متفاوت باشد. تعداد زیادی از مطالعات نظیر مینشال (۱۹۶۰) و رابینسون و همکاران<sup>۲</sup> (۱۹۹۵) نشان داده که غیرخطی بودن با افزایش مساحت حوضه کاهش می‌یابد.

یکی از کاربردهای این مطالعه استفاده از مدل غیرخطی دوخطی در منابع آب می‌باشد. این مدل با توجه به نتایج به دست آمده از این تحقیق با سری‌زمانی جریان رودخانه همخوانی داشته و باعث افزایش دقت مدل‌سازی شده است. برای سری ماهانه جریان رودخانه مورد مطالعه نتایج نشان داد که مدل‌های AR(8) و BL(8,0,1,1) به خوبی توانسته‌اند دبی جریان ماهانه رودخانه را مدل‌سازی کنند و با توجه به اینکه جریان ماهانه خاصیت غیرخطی خفیفی داشت از این‌رو نتایج این دو مدل تقریباً مشابه می‌باشد. به طوری که ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا در مدل خطی به ترتیب ۰/۹۰۶ و ۲/۸۹۲ متر مکعب در ثانیه و برای مدل غیرخطی ۰/۹۳۰ و ۲/۴۳۶ متر مکعب در ثانیه محاسبه گردیدند. ارزیابی عملکرد مدل‌های بسط داده شده برای سری روزانه جریان رودخانه باراندوزچای نیز نشان داد که مدل دوخطی در مقایسه با مدل AR(25) از دقت بیشتری برخوردار است که این امر به دلیل خاصیت غیرخطی شدید مقیاس روزانه می‌باشد. ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا در مدل خطی AR(25) به ترتیب ۰/۸۷۳ و ۴/۱۱۶ متر مکعب در ثانیه و برای مدل غیرخطی BL(25,0,1,1) ۰/۹۲۳ و ۳/۰۸۵ متر مکعب در ثانیه محاسبه شدند.

## منابع

- ۱- خلیلی، ک، فاختری فرد، ا، دین پژوه، ی، و قربانی، م.ع. ۱۳۸۹. تحلیل روند و ایستایی فرآیند جریان رودخانه به منظور مدل‌سازی سری‌های زمانی هیدرولوژیکی. مجله دانش آب و خاک (دانشگاه تبریز). ۲۰(۱): ۶۱-۷۲.
- ۲- خلیلی، ک، فاختری فرد، ا، دین پژوه، ی، و قربانی، م.ع. ۱۳۹۰. بررسی غیرخطی بودن فرآیند جریان رودخانه با استفاده از آزمون BDS. مجله دانش آب و خاک (دانشگاه تبریز). ۲۱(۲): ۳۷-۲۵.

- 3- Akaike, H. 1974. A New look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19: 716-723.
- 4- Ainkaran, P. 2004. Analysis of some linear and nonlinear time series models. A Thesis submitted in Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science, School of Mathematics and Statistics, University of Sydney.

- 5- Brock, W.A., Hsieh, D.A., and LeBaron, B. 1991. Nonlinear dynamics, chaos and instability: statistical theory and economic evidence. The MIT Press, Cambridge, MA.
- 6- Brock, W.A., Dechert, W.D., Scheinkman, J.A., and LeBaron, B. 1996. A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, 15(3):197-235.
- 7- Chen, H.L., and Rao, A.R. 2003. Linearity analysis on stationarity segments of hydrologic time series. *Journal of Hydrology*, 277: 89-99.
- 8- Dickey, D.A., and Fuller, W.A. 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of American Statistical Association*, 74: 423-431.
- 9- Fan, J., and Yao, Q. 2003. Nonlinear time series, nonparametric and parametric methods. Springer-Verlag, New York, Inc.
- 10- Ghorbanpoor, M. A., Abbaspoor, K., Jalalvand, G., and Ashtiani Moghadam, G. 2010. Stochastic modeling of surface stream flow at different time scales: Sangsoorakh karst basin, Iran. *Journal of Cave and Karst Studies*, 72: 1-10.
- 11- Govindaraju, R.S. 2000. Artificial neural network in hydrology. *Journal of hydrologic Engineering*, 5 (2): 115-123.
- 12- Granger, C.W.J., and Andersen, A.P. 1978. An Introduction to Bilinear Time Series Models. Vandenhoeck and Ruprecht: Gottingen.
- 13- Grassberger, P., Procaccia, I. 1938a. Measuring the strangeness of strange attractors. *The Theory of Chaotic Attractors*, 9:189-208.
- 14- Laux, P., Vogl, S., Qiu, W., Knoche, H. R., and Kunstmann, H. 2011. Copula-based statistical refinement of precipitation in RCM simulations over complex terrain *Hydrol. Earth System Science*, 15: 2401-2419.
- 15- Minshall, N.E. 1960. Predicting storm runoff on small experimental watershed. *Journal of the Hydraulics Division ASCE*, 86:17-38.
- 16- Mohammadi, K., Eslami, H. R. and Kahawita, R. 2006. Parameter estimation of an ARMA model for river flow forecasting using goal programming. *Journal of Hydrology*, 331: 293-299.
- 17- Robinson, J. S., Sivapalan, M., and Snell, J. D. 1995. On the relative roles of hillslop processes, channel routing and network geomorphology in the hydrologic response of natural catchments. *Water Resources Research*, 31(12): 3089-3101.
- 18- Said, S. E., and Dickey, D. 1984. Testing for unit roots in autoregressive moving-average models with unknown order. *Biometrika*, 71: 599-607.
- 19- Salas, J. D., Delleur, J.W., Yevjevich, V., and Lane, W.L. 1988. Applied Modeling of Hydrologic Time Series. Water Resource Publication (WPR).
- 20- Salas, J. D. 1993. Analysis and modeling of hydrological time series. In: *Handbook of Hydrology*, edited by David R, Maidment, McGraw-Hill, New York, 19:1-19, 72.
- 21- Subba Rao, T. 1981. On the theory of bilinear series models. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 244-255.
- 22- Subba Rao, T., and Gaber M. M., 1984. An introduction to bispectral analysis and bilinear time series models. *Lecture Notes in Statistics*, 24, Springer-Verlag: New York.
- 23- Thomas, H. A., and Fiering M. B. 1962. Mathematical synthesis of stream flow sequences for the analysis of river basin by simulation. Harvard University Press, Cambridge, 751pp.

- 24- Tsay, R. S. 2002. Analysis of financial time series. University of Chicago, A Wiley – Interscience Publication, John Wiley f Sons; Inc.
- 25- Valipour, M., Banihabib, M.E., and S.M.R.Behbahani. 2013. Comparision of the ARMA, ARIMA, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of Dez dam river.
- 26- Wang, W., Vrijling J. K., Pieter H. A. J. M., Van, G., and Jun, M. 2005. Testing for nonlinearity streamflow processes at different timescales. Journal of Hydrology, 14830: 1-22.