شبیه‌سازی عددی سه بعدی پارامترهای هیدرودینامیکی اطراف پایه استوانه‌ای با استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف

نازیلا کاردان[1*]، حبیب حکیم زاده[2] و یوسف حسن زاده[3]

۱* - نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری مهندسی عمران، سازه های هیدرولیکی، دانشگاه تبریز، n.kardan@azaruniv.edu

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سهند

۳- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۰/۲ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۰/۱۷

چکیده

در پژوهش حاضر جریان در ناحیه دنباله پایه‌های پل با مقطع دایره‌ای به صورت عددی تحلیل گردیده است. برای شبیه سازی عددی از نرم افزار فلوئنت استفاده و نتایج به دست آمده با نتایج تجربی و عددی سایر پژوهشگران صحت‌سنجی شد. برای بررسی درستی نتایج عددی خطوط جریان پیرامون پایه، عدد استروهال و ضریب دراگ به دست آمده با مقادیر تجربی و عددی موجود مقایسه گردیدند. برای اعمال اثر آشفتگی جریان، سه مدل ویسکوزیته گردابی، تنش رینولدز و مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده و منحنی سرعت جریان قبل از پایه، ناحیه دنباله جریان، زاویه جدایش جریان، نحوه انتشار و استهلاک گردابه‌ها در ناحیه پایین دست پایه‌های استوانه‌ای و نیز توزیع تنش‌های برشی بحرانی پیرامون پایه برای سه مدل فوق بررسی گردید. بررسی نتایج عددی نشان داد مدل تنش رینولدز در شبیه‌سازی و مدل نمودن آشفتگی‌های جریان از دقت بالایی برخوردار است.

کلید واژه‌ها: پایه پل، شبیه‌سازی عددی، مدل آشفتگی، گردابه‌های برخاستی، تنش برشی.

3DNumerical Simulation of Hydrodynamic Parameters around the Bridge Piers Using Various Turbulence Models

N. Kardan[1], H. Hakim zadeh[2], Y. Hassan zadeh[3]

1- PhD Student of Civil Engineering, Faculty of Civil Eng., University of Tabriz, Iran
2- Associate Prof., Faculty of Civil Eng, Sahand University of Technology, Tabriz Iran
3- Professors, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Iran

Received: 22 Dec. 2012 Accepted: 7 Jan. 2014

Abstract

In present study, the near-wake flow around the bridge piers of a circular section has been numerically analyzed. Numerical simulation was carried out using Fluent, and the numerical results were verified by the different researchers' experimental and numerical data. In order to consider the accuracy of numerical results, the flow pattern around the pier, the Strouhal number and the drag coefficient, obtained with Fluent, have been compared with available numerical and experimental data. Also, three turbulent models, $\kappa - \varepsilon$, RSM, and LES, were used to apply the flow turbulence effects and the hydrodynamic parameters, the near-wake flow, the flow separation angle, shedding of the vortices at downstream of the cylindrical piers, and the distribution of the bed shear stress around the pier, have been investigated for three turbulent models. The numerical results show that RSM

turbulent model is an accurate model for simulating and modeling the turbulence effects of these kinds of the flows.

Keywords: Bridge piers, Numerical simulation, Turbulence model, Vortices shedding, Shear stress.

مقدمه

قرارگیری سازه‌ی پل‌ها در مسیر جریان‌های رودخانه‌ای، همواره مستلزم تعبیه پایه‌هایی در این مناطق می‌باشد که عملاً این پایه‌ها در معرض انواع جریان‌های رودخانه‌ای و به دنبال آن آبشستگی قرار خواهند داشت. آبشستگی پتانسیل تهدید پایه‌های پل را دارا بوده و نهایتاً با نامعین کردن آن‌ها موجب شکست پل‌ها می‌گردد، از این رو طراحی آن‌ها از اهمیت خاصی برخوردار است. در سال‌های اخیر تلاش‌های بسیاری برای شبیه‌سازی عددی جریان اطراف پایه‌های پل انجام گرفته است که این مطالعات به خصوص بر روی الگوی جریان و تنش برشی بستر متمرکز بوده است. عبور جریان از اطراف اجسام واقع شده در میدان جریان، موجب تغییر در الگوی جریان پیرامون آن‌ها می‌گردد. جدایش جریان از مرز پایه‌ها موجب ایجاد گردابه‌هایی در پشت پایه می‌گردد که این گردابه‌ها در اعداد رینولدز بالا حالتی ناپایدار داشته و به تناوب از وجهی به وجه دیگر پایه حرکت می‌کنند. این گردابه‌ها پس از آنکه به اندازه کافی رشد کردند به سمت پایین دست پایه حرکت کرده و در فاصله‌ای معین از پایه مستهلک می‌گردند.

ملویل[1] (۱۹۷۵) به صورت تجربی ناحیه گستردگی تنش‌های برشی بحرانی را در پیرامون پایه‌های پل استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای استخراج نمود. مراحل تشکیل، رشد و استهلاک این گردابه‌ها در اطراف پایه‌های پل، بصورت عددی و تجربی توسط محققین مختلفی انجام گرفته است. در پژوهشی که توسط کانتل و کول[2] (۱۹۸۳) صورت پذیرفت جریان حول استوانه دایره‌ای در تونل باد و با استفاده از سنجش‌گر سیم داغ مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق نشان داده شده است که توپولوژی مقطع و درصد انتشار آشفتگی جریان با هم مرتبط می‌باشند. دورائو و همکاران[3] (۱۹۸۸) فرآیند تولید گردابه‌ها در پایین دست پایه‌های استوانه‌ای با مقطع مربعی را در کانال آب مطالعه نمودند. فرانک و همکاران[4] (۱۹۹۳) انتشار گردابه در پشت پایه‌های مربعی و دایره‌ای شکل را مورد بررسی قرار دادند. عددرینولدز جریان در این بررسی در دو محدوده کوچک‌تر از ۵۰۰۰ و کوچک‌تر از ۳۰۰ انتخاب گردیده و برای صحت‌سنجی نتایج، عدد استروهال و ضریب دراگ با مقادیر مذکور آزمایشگاهی مقایسه گردیده‌اند. رودی[5] (۱۹۹۳) به بررسی تشکیل گردابه‌ها در ناحیه دنباله پایه‌های دایره‌ای، مربعی و مثلثی شکل پرداخت. در این تحقیق برای مدل‌سازی آشفتگی جریان از مدل شبیه‌سازی گردابه-های بزرگ[6] استفاده شده است.

لین و همکاران[7] (۱۹۹۵) به صورت تجربی و با LDV به مطالعه جریان ناحیه دنباله پایه‌های مربعی با عدد رینولدز ۲۱۴۰۰ پرداخته و ویژگی‌های جدایشی جریان در این ناحیه را با ناحیه دنباله پایه‌های با مقطع دایره‌ای مقایسه نمودند. در این پژوهش، خطوط جریان، ویژگی‌های گردابه‌ها و نحوه رشد و انتشار آن‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین رودی (۱۹۹۷) به صورت سه بعدی به مطالعه جریان عبوری از اطراف پایه‌های مربعی شکل پرداخته است.

در پژوهشی دیگر جریان حول استوانه مربعی در تونل باد و با استفاده از سنجش‌گر سیم داغ[8] توسط ساها و همکاران[9] (۲۰۰۰) به صورت دوبعدی مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش منحنی سرعت متوسط و سرعت نوسانی در دو راستای جریان و عمود بر آن ارائه شده‌اند. گری گوریادیس و همکاران[10] (۲۰۰۳) بصورت عددی و با استفاده از مدل آشفتگی[11] شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، جریان پیرامون پایه استوانه‌ای با مقطع مربعی در عدد رینولدز ۲۲۰۰۰ را بررسی و نتایج حاصله را با نتایج تجربی مقایسه نمودند. صلاح الدین و همکاران[12] (۲۰۰۴) به صورت عددی و با استفاده از دو مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی[13] و تنش رینولدز[14]، منحنی سرعت در عمق جریان، تغییرات سطح آزاد آب، الگوی جریان و نیز توزیع تنش-های برشی بحرانی را در پیرامون پایه به دست آورده و با نتایج آزمایشگاهی ملویل (۱۹۷۵) مقایسه نمودند. ایشان نشان دادند مدل تنش رینولدز در مقایسه با مدل ویسکوزیته گردابی توزیع دقیق‌تری از تنش‌های برشی ارائه می‌دهد. اوکاجیما[15] (۲۰۰۶) ناحیه دنباله پایه استوانه‌ای با مقطع مربع را در بازه وسیعی از اعداد رینولدز به طور تجربی بررسی نمود. شادآرام و همکاران (۱۳۸۶) به صورت دوبعدی و با استفاده از روش سرعت سنج سیم داغ به مطالعه ناحیه دنباله نزدیک در پایین دست پایه استوانه‌ای چهارگوش پرداختند. نتایج این

1- Melville
2- Cantwell and Coles
3- Durao *et al.*
4- Frank *et al.*
5- Rodi

6- Large Eddy Simulation (LES)
7- Lyn *et al.*
8- Hot Wire Anemometry
9- Saha *et al.*
10- Grigoriadis *et al.*
11- Turbulence Model
12- Salaheldin *et al.*
13- $k-\varepsilon$ Model
14- RSM Model
15- Okajima

تحقیق نشان داد شدت آشفتگی در دنباله جریان با افزایش نسبت پهنا به ارتفاع استوانه کاهش یافته و نیز در اعداد رینولدز بالا، عدد استروهال تقریباً ثابت باقی می‌ماند.

با توجه به اهمیت نیروهای هیدرودینامیکی وارده بر اجسام واقع در میدان جریان‌های نوسانی، در مقاله حاضر سعی گردیده است تا الگوی جریان پیرامون پایه‌های پل استوانه‌ای به صورت سه بعدی مورد بررسی قرار گیرد. در بخش اول از پژوهش، تغییرات سطح آزاد آب، منحنی‌های سرعت، ناحیه دنباله پایه و نوسانات متناوب گردابه‌ها، با استفاده از سه مدل آشفتگی، تحلیل و مقایسه گردیده است. همچنین نظر به اهمیت بررسی فرسایش بستر پیرامون پایه‌های پل، که متأثر از مقدار تنش برشی و نوسانات آن می‌باشد، در ادامه به بررسی نحوه تغییرات تنش برشی در فازهای مختلف نوسان پرداخته شده است. بدین منظور نرم افزار عددی فلوئنت با سه مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی، تنش رینولدز و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای شبیه‌سازی سه بعدی جریان مورد استفاده قرار گرفته است.

معادله‌های حاکم بر جریان‌های آشفته

معادله‌های حاکم بر جریان‌های آرام، معادله‌های پیوستگی و سه معادله مومنتم در جهت محورهای سه گانه مختصات می‌باشند که به معادله‌های ناویراستوکس معروفند:

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right)=0 \qquad (۱)$$

معادله مومنتم در راستای i

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)=B_i-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\mu\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}\right) \qquad (۲)$$

در روابط فوق، ρ: چگالی سیال، u_i: مولفه سرعت جریان در راستای i، B_i: نیروی حجمی وارده در راستای i، p: فشار کل و μ: ویسکوزیته دینامیکی می‌باشد. روابط فوق برای جریان‌های آشفته نیز معتبر می‌باشند لیکن نوسانات لحظه‌ای کمیت‌های میدان جریان در هر لحظه باید مدل گردند. مقادیر لحظه‌ای کمیت‌های سرعت و فشار و یا هر کمیت دیگری مانند ϕ به مقادیر متوسط و نوسانی تفکیک می‌گردند:

$$u_i=\bar{u}_i+u_i',\quad p_i=\bar{p}_i+p_i',\quad \phi_i=\bar{\phi}_i+\phi_i' \qquad (۳)$$

با جایگذاری کمیت‌های لحظه‌ای در معادله‌های (۱) و (۲) و متوسط‌گیری زمانی از طرفین معادله، روابط فوق به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\bar{\rho}\bar{u}_i\right)=0\\&\rho\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}+\bar{u}_j\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}+\right)=\bar{B}_i-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}-\rho\overline{u_i'u_j'}\right)\end{aligned} \qquad (۴)$$

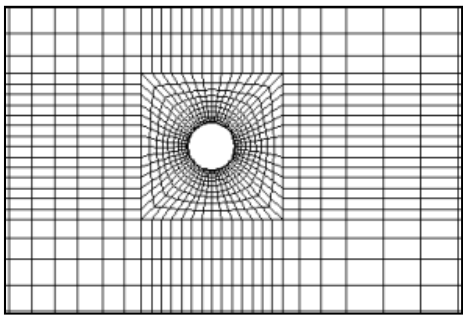
به عبارتی برای جریان‌های آشفته تغییری در معادله پیوستگی ایجاد نمی‌گردد. تنها تفاوت معادله مومنتم حاصله با معادله مومنتم جریان-های آرام، اضافه شدن ترم $\rho\overline{u_i'u_j'}$ می‌باشد که اصطلاحاً تنش آشفتگی یا تنش رینولدز نامیده می‌گردد (لاندر و اسپالدینگ[1]، ۱۹۷۴).

مدل‌های آشفتگی

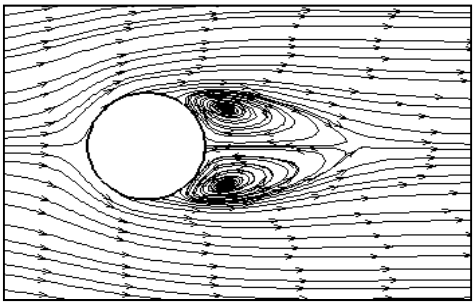
تاکنون مدل‌های آشفتگی مختلفی ارائه شده‌اند که هر یک برای رژیم‌های خاص جریان و در ناحیه‌ی خاص از میدان جریان معتبر و دقیق می‌باشند. هدف نهایی تمامی مدل‌های آشفتگی، محاسبه اندازه تنش رینولدز $\rho\overline{u_i'u_j'}$ در نقاط مختلف جریان می‌باشد. این مدل‌ها به طور عموم شامل مدل ویسکوزیته گردابی، مدل تنش رینولدز و مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ می‌باشند که در ادامه به اختصار به بیان ویژگی‌های هر کدام پرداخته می‌شود.

روابط اساسی حاکم بر ویسکوزیته گردابی، از یک پارامتر ویسکوزیته آشفتگی (μ_t) برای بیان ارتباط بین تنش‌های رینولدز موجود در معادله‌های RANS و گردایان‌های موجود در میدان جریان متوسط استفاده می‌کند. از سویی دیگر این مدل‌ها نیاز به محاسبه ویسکوزیته گردابی دارند. به طور کلی می‌توان مدل‌های ویسکوزیته گردابی را به سه دسته مدل‌های صفر معادله‌ای، یک معادله‌ای و دو معادله‌ای تقسیم نمود. در میان سه مدل فوق، مدل‌های دو معادله‌ای کامل‌ترین مدل آشفتگی به شمار می‌روند (لاندر و اسپالدینگ، ۱۹۷۴). برخلاف مدل‌های ویسکوزیته گردابی، در مدل تنش رینولدز برای محاسبه هر یک از عبارت‌های تنش رینولدز از یک معادله انتقالی کمک گرفته می‌شود. همچنین برای تعیین طول مقیاس، علاوه بر معادله‌های فوق نیاز به حل یک معادله انتقالی اضافی دیگر نیز می‌باشد که این موضوع بر پیچیدگی مدل تنش رینولدز می‌افزاید.

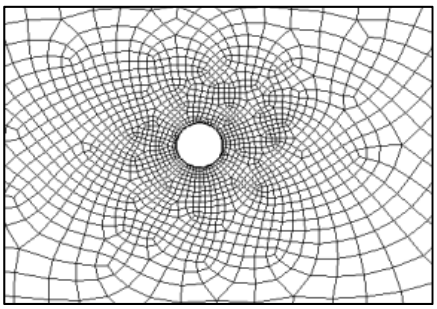
1- Launder and Spalding



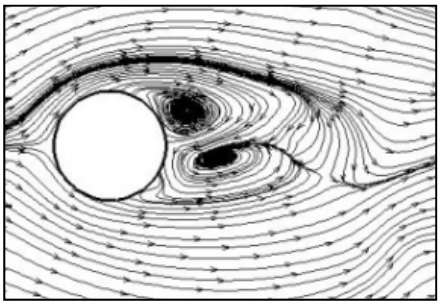
شبکه‌بندی منظم



گردابه‌های متقارن پیرامون پایه در شبکه بندی منظم



شبکه‌بندی نامنظم



گردابه‌های نوسانی پیرامون پایه در شبکه بندی نامنظم

شکل ۱- بررسی تأثیر نوع شبکه‌های میدان محاسباتی در تشکیل گردابه‌های ناحیه نزدیک پایه

لیکن با وجود پیچیدگی، این مدل‌ها توصیف دقیق‌تری از آشفتگی را ارائه می‌دهند (لاندر و اسپالدینگ، ۱۹۷۴). در مدل آشفتگی شبیه-سازی گردابه‌های بزرگ، معادله‌های ناویراستوکس سه بعدی متوسط‌گیری شده بصورت مکانی، توسط مدل عددی حل می‌گردند. در جریان‌های آشفته با توجه به اندازه شبکه میدان محاسباتی، امکان شبیه‌سازی گردابه‌های کوچک وجود ندارد لذا تنها گردابه‌های بزرگ مدل‌سازی می‌گردند. برای اعمال اثر گردابه‌های کوچک، روش‌های مختلفی پیشنهاد گردیده است لیکن روش رایج استفاده از مدل مقیاس زیر شبکه[1] می‌باشد.

معرفی نرم افزار فلوئنت

نرم افزار فلوئنت یک مدل عددی مناسب برای حل مسائل پیچیده دینامیک سیالات می‌باشد و قادر است دامنه وسیعی از جریان سیالات را مدل کند. در این نرم افزار از روش عددی حجم سیال[2] برای مدل‌سازی سطح آزاد استفاده شده و معادله‌های حاکم با استفاده از روش حجم محدود حل می‌گردند.

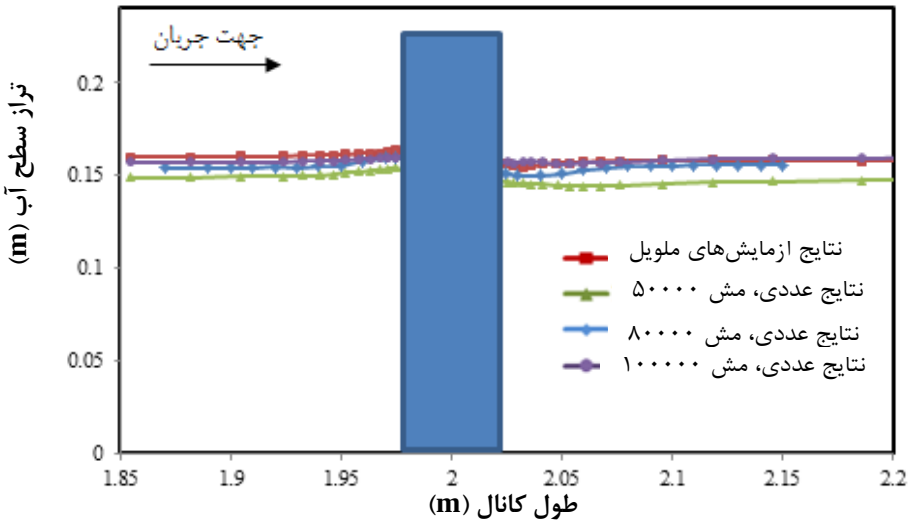
صحت سنجی نتایج عددی

مدل تجربی ملویل

در بررسی حاضر صحت سنجی نتایج عددی در دو بخش انجام گرفته است. در بخش اول از مطالعه تجربی ملویل (۱۹۷۵) برای بررسی و مقایسه منحنی‌های سرعت، تغییرات سطح آب، گسترش گردابه‌های پیرامون پایه و نیز جدایش جریان بهره گرفته شده است. با توجه به این مهم که در پژوهش تجربی ملویل به تغییرات تنش برشی بستر و نیز ناحیه گستردگی آن پرداخته نشده است، به منظور بسط و تکمیل مقایسه مدل‌های آشفتگی، مدل تجربی لین و همکاران (۱۹۹۵) مورد استفاده قرار گرفته است.

ملویل (۱۹۷۵) پژوهش های خود را در کانالی به طول ۶ متر، عرض ۰/۴۵۶ متر و ارتفاع ۰/۲۲۵ متـر به عمق جریان ۰/۱۵ متر انجام داده است. در این پژوهش میانگین سرعت جریان ۰/۲۵ متر بر ثانیه و پایه دایره‌ای به قطر ۵/۱ سانتی‌متر می‌باشد. در مطالعه عددی حاضر پایه دایره‌ای در فاصله ۲ متر از ورودی کانال تعبیه شده است تا در این فاصله، جریان قبل از رسیدن به پایه به حالت توسعه یافته رسیده باشد. برای تامین عمق جریان ۱۵ سانتی‌متری، سرریزی به ارتفاع ۸/۵ سانتی‌متر در بخش انتهایی کانال تعبیه گردیده است. برای انجام مدل‌سازی عددی با نرم افزار فلوئنت، نخست شبکه‌بندی

1- Subgrid-Scale Model
2- Volume of Fraction (VOF)



شکل ۲- تغییرات سطح آزاد آب در اطراف پایه استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای

جدول ۱- مقایسه تعداد شبکه میدان محاسباتی بر حسب مقادیر خطا

تعداد شبکه	۵۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰
کمترین خطای مربعات	۰/۰۲۱۶	۰/۰۱۷۳	۰/۰۱۷۱

میدان محاسباتی با استفاده از پیش پردازنده گامبیت[1] انجام یافته و با توجه به تأثیر شکل شبکه‌ها در نتایج خروجی، دو نوع شبکه‌بندی منظم و نامنظم مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه گردابه‌های پشت پایه در شکل (۱) نشان می‌دهد با توجه به آشفتگی زیاد جریان در عدد رینولدز ۸۰۰۰۰، شبکه‌بندی نامنظم نتایج مطلوب‌تری ارائه می‌دهد. در شبکه‌بندی نامنظم این گردابه‌ها نامتقارن بوده و حالتی نوسانی دارند. لذا شبکه‌بندی نامنظم برای سایر مدل‌ها نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای بررسی تأثیر ابعاد شبکه، مدل‌سازی تغییرات سطح آزاد آب با استفاده از سه تعداد شبکه مختلف (۵۰۰۰۰)، (۸۰۰۰۰) و (۱۰۰۰۰۰) انجام گرفته و نتایج حاصله با نتایج آزمایشگاهی ملویل (۱۹۷۵) مقایسه شده است. در شکل (۲) تأثیر تعداد شبکه بر تغییرات سطح آزاد آب نشان داده شده است. مقایسه نتایج بر حسب کمترین خطای مربعات[2] در جدول (۱) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد با ریزتر کردن شبکه تا یک اندازه مشخص، جواب‌ها تغییر یافته، اما پس از آن تغییر محسوسی حاصل نمی‌گردد. بنابراین تعداد شبکه مدل حدود ۸۰۰۰۰ انتخاب گردیده است. تعداد شبکه‌های میدان محاسباتی در سه راستای طول، عرض و ارتفاع کانال به ترتیب برابر ۱۹۵×۲۶×۱۶ خواهد بود.

بحث و نتایج

مقایسه منحنی‌های سرعت

منحنی‌های سرعت جریان حاصله با استفاده از مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی

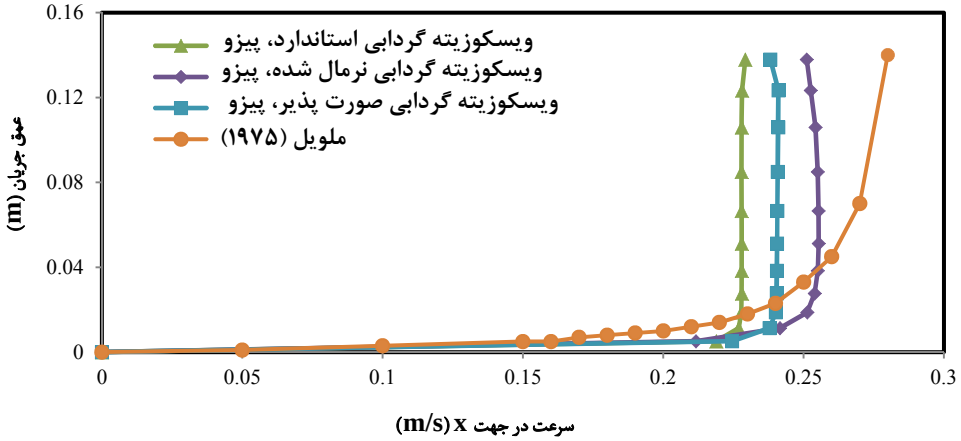
در مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی، با استفاده از سه مدل استاندارد، نرمال شده[3] و صورت پذیر[4] منحنی سرعت جریان در مقطع $[x=-10r]$ از مرکز پایه بررسی شده است. در نرم افزار فلوئنت برای وابستگی بین سرعت و فشار، دو حل کننده مبتنی بر فشار و مبتنی بر چگالی مطرح است. در حل کننده مبتنی بر فشار، چهار روش متفاوت ترکیب سرعت-فشار در اختیار کاربر قرار داده می‌شود که این چهار روش عبارت از سیمپل[5]، سیمپل c[6]، پیزو[7] و کوپل[8] می‌باشند. در پژوهش حاضر پس از بررسی‌های اولیه روش پیزو برای

1- Gambit
2- Root min square error (RMSE)

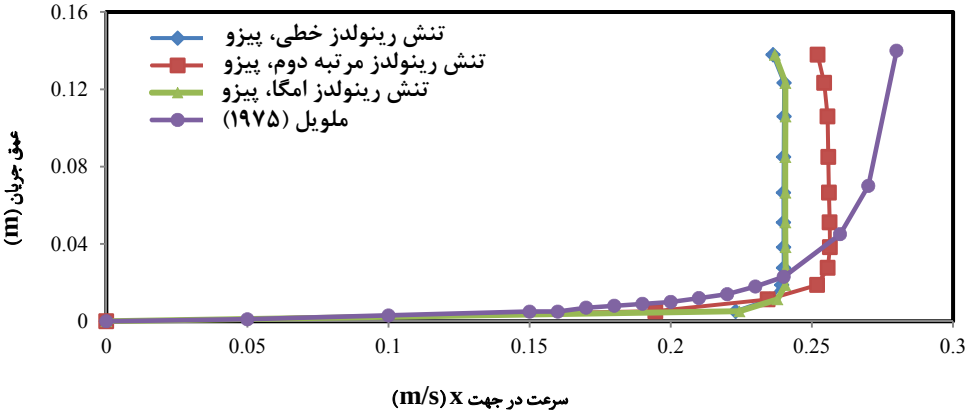
3- Renormalized Group (RNG)
4- Realizable
5- Simple
6- Simple c
7- PISO
8- Coupled

جدول ۲- مقایسه منحنی‌های سرعت با مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی بر حسب مقادیر خطا

مدل آشفتگی	استاندارد	نرمال شده	صورت پذیر
کمترین خطای مربعات	۰/۱۰۵	۰/۰۶۵۱	۰/۰۷۷۱



شکل ۳- منحنی‌های سرعت جریان شبیه‌سازی شده با مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی و الگوریتم پیزو



شکل ٤- منحنی‌های سرعت جریان شبیه‌سازی شده با مدل آشفتگی تنش رینولدز و الگوریتم پیزو

ترکیب سرعت و فشار انتخاب گردیده و همراه با انواع مدل‌های آشفتگی مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکل (۳) منحنی‌های سرعت، برای جریان شبیه‌سازی شده با مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی در ترکیب با الگوریتم پیزو ارائه شده است. جدول (۲) نیز مقایسه نتایج بر حسب کمترین خطای مربعات را نشان می‌دهد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد مدل آشفتگی تنش رینولدز تطابق بیشتری با نتایج تجربی دارد.

مقایسه منحنی‌های سرعت با مدل آشفتگی تنش رینولدز

برای مدل آشفتگی تنش رینولدز، سه مدل خطی[1]، مرتبه دو[2] و تنش رینولدز پایین امگا[3] در ترکیب با پیزو مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. شکل (۴) ترکیب سه مدل تنش رینولدزی با الگوریتم پیزو را نشان می‌دهد.

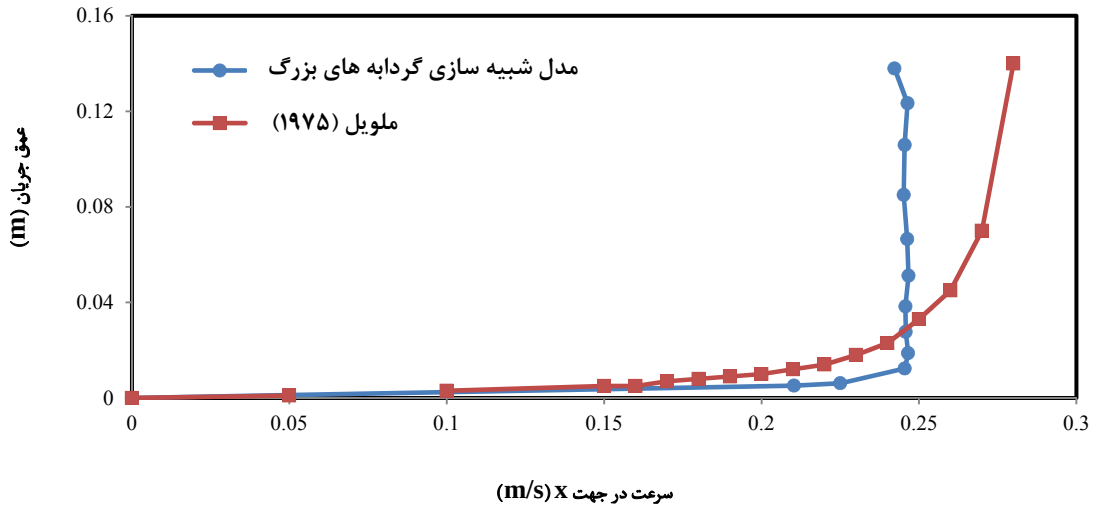
1- Linear
2- Quadratic
3- Low-Re Stress-Omega

جدول ۳- مقایسه منحنی‌های سرعت با استفاده از مدل آشفتگی تنش رینولدز

مدل آشفتگی	خطی	مرتبه دوم	تنش رینولدز پایین امگا
کمترین خطای مربعات	۰/۷۸۳	۰/۰۴۲۶	۰/۰۷۸۱

جدول ٤- نتایج تجربی و عددی پارامترهای St و C_d برای پایه‌های با مقطع مربعی

پارامتر	مدل ویسکوزیته گردابی	مدل تنش رینولدز	مدل شبیه‌سازی گردابه-های بزرگ	نتایج آزمایشگاهی لین و همکاران (۱۹۹۵)	نتایج آزمایشگاهی دورائو و همکاران (۱۹۸۸)	مدل حاضر (شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ)	مدل حاضر (تنش-رینولدز)
عدد استروهال	۰/۱۲۴	۰/۱۳۶	۰/۱۳۲	۰/۱۳۵	۰/۱۳۹	۰/۱۳۷	۰/۱۳۸
ضریب دراگ	۱/۷۹	۲/۱۵	۲/۱۰	۲/۰۵ ~ ۲/۲۳	۲/۰۵ ~ ۲/۲۳	۱/۵۹	۲/۲۲



شکل ۵- منحنی‌های سرعت جریان شبیه‌سازی شده با مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

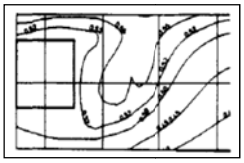
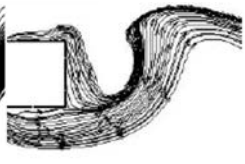
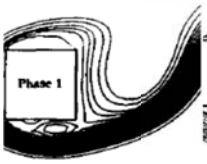
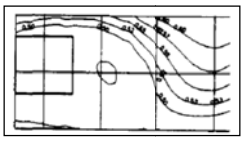
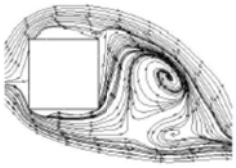
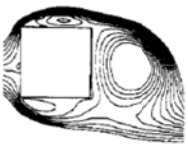
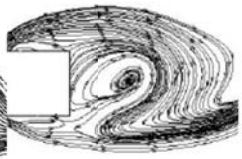
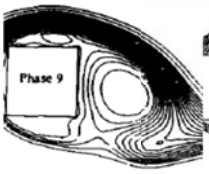
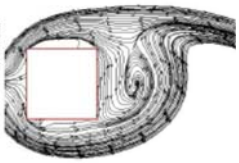
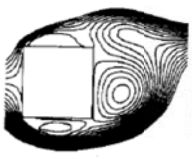
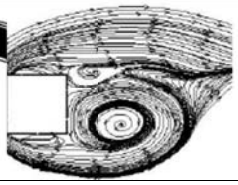
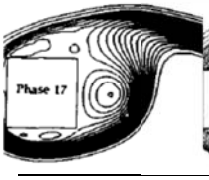
مقایسه منحنی‌های سرعت با مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

مقایسه منحنی سرعت جریان شبیه‌سازی شده به کمک مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با منحنی سرعت حاصله از نتایج تجربی ملویل (۱۹۷۵) در شکل (۵) ارائه شده است. کمترین خطای مربعات برای این مدل مساوی ۰/۰۵۹۲ می‌باشد. با توجه این که مقدار خطا برای مدل آشفتگی تنش رینولدز کمتر از دو مدل دیگر می‌باشد می‌توان نتیجه گرفت منحنی سرعت حاصله با استفاده از این مدل، بیشترین تطابق را با مدل تجربی ملویل (۱۹۷۵) دارد.

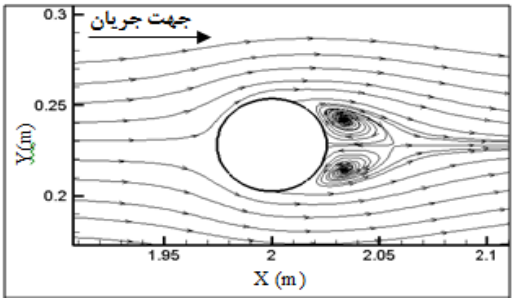
به منظور مطالعه دقیق‌تر مدل‌های آشفتگی، در ادامه ناحیه دنباله پایه استوانه‌ای برای سه مدل آشفتگی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است.

مدل عددی لین و همکاران (۱۹۹۵)

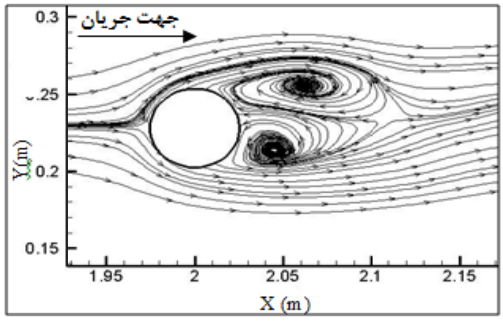
لین و رودی (۱۹۹۵) آزمایش‌های خود را در کانالی به عرض ۰/۴ متر، طول ۰/۵۶ متر و عمق جریان ۰/۱۶ متر انجام دادند. میانگین سرعت جریان ۰/۵۳۵ متر بر ثانیه بوده و پایه مربعی به ابعاد ۴x۴ سانتی‌متر با عدد رینولدز $Re = ۲۱۴۰۰$ مورد آزمایش قرار گرفته است. تعداد شبکه‌های میدان محاسباتی در این مدل

فاز نوسان	مطالعه تجربی لین و همکاران (۱۹۹۵)	نتایج مدل حاضر (شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ)	مطالعه رودی (شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ)	نتایج عددی حاضر (تنش رینولدز)	مطالعه رودی (تنش رینولدز)
$\frac{۱}{۲۰}T$					
$\frac{۹}{۲۰}T$					
$\frac{۱۷}{۲۰}T$	----				

شکل ٦- خطوط جریان اطراف پایه مربعی شکل در مطالعات عددی رودی (۱۹۹۷) و پژوهش حاضر



الف- مدل ویسکوزیته گردابی استاندارد



ب- مدل ویسکوزیته گردابی نرمال شده

شکل ۷-ناحیه دنباله جریان شبیه‌سازی شده با مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی

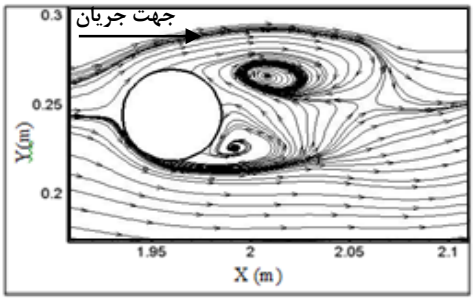
۲۰×۱۰۲×۱۲۰ به ترتیب در سه راستای اصلی کانال اختیار گردیده و نوع شبکه بندی نیز نامنظم می‌باشد.

خطوط جریان اطراف پایه در مطالعه تجربی لین و همکاران (۱۹۹۵) در دو فاز مختلف $۱/۲۰T$ و $۹/۲۰T$ و نتایج عددی رودی (۱۹۹۷) برای سه فاز مختلف $۱/۲۰T$، $۹/۲۰T$ و $۱۷/۲۰T$ با دو مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و تنش رینولدز در شکل (۶) نشان داده شده و با نتایج عددی پژوهش حاضر مقایسه گردیده است. در جدول (۴) نیز نتایج حاصله برای عدد استروهال (St) و ضریب دراگ (C_d) به دست آمده ارائه شده‌اند.

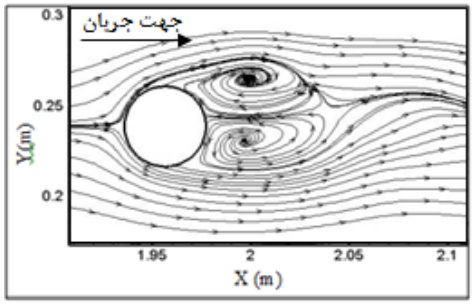
بررسی ناحیه دنباله پایه استوانه‌ای

مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی

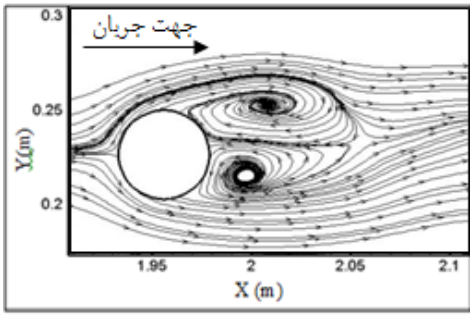
در بررسی منحنی‌های سرعت با استفاده از سه زیر مجموعه استاندارد، نرمال شده و صورت پذیر، معلوم گردید نتایج حاصله از مدل ویسکوزیته گردابی صورت پذیر تفاوت قابل توجهی با دو مدل دیگر داشته و لذا مورد مطالعه بیشتر قرار نمی‌گیرد. در شکل (۷) گردابه‌های پیرامون پایه استوانه‌ای به ترتیب برای مدل‌های استاندارد و نرمال شده ارائه شده است. با توجه به شکل (۷-الف) مدل استاندارد، گردابه‌ها را نسبتا متقارن شبیه‌سازی می‌نماید که با توجه به عدد رینولدز جریان عبوری از پیرامون پایه ($Re_p = ۸۰۰۰۰$)، تشکیل گردابه‌های متقارن صحیح نمی‌باشد. لیکن در تحلیل جریان



الف- زمان $T=\frac{۱}{۴}T_{total}$



ب- زمان $T=\frac{۵}{۸}T_{total}$

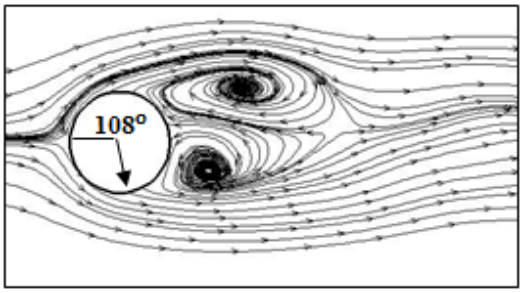


ج- زمان $T=\frac{۷}{۸}T_{total}$

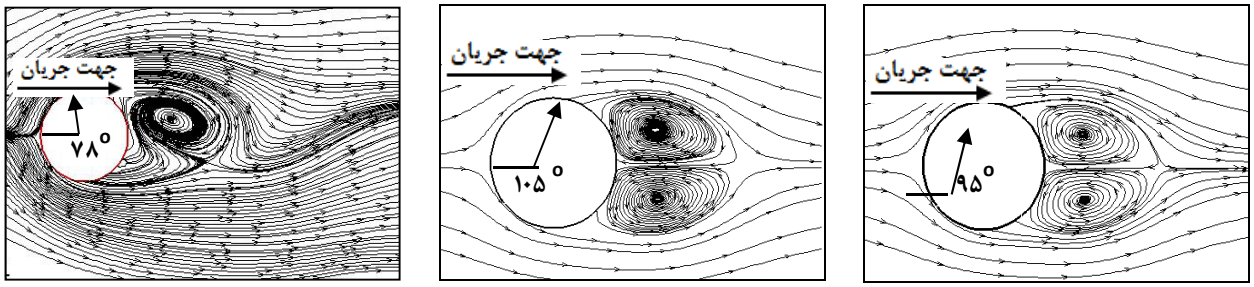
شکل ۸- شبیه سازی نوسان گردابه‌ها در ناحیه دنباله پایه با مدل آشفتگی نرمال شده در زمان‌های مختلف

با مدل نرمال شده حالت نامتقارن و نوسانی گردابه‌ها کاملاً مشهود است.

در تحلیل جریان با مدل ویسکوزیته گردابی نرمال شده، انتشار گردابه‌ها حالت نوسانی داشته و این نوسانات در دامنه زمانی معینی رخ می‌دهند. سپس گردابه‌ها حالتی پایا و یکنواخت پیدا کرده و نوسان آن‌ها از بین می‌رود (شکل ۸). در استفاده از مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی، گردابه‌های دنباله پایه به پایین دست آن انتشار نیافته و نوسان آن‌ها تنها به ناحیه کوچکی در پشت پایه محدود می‌گردد. محل جدایش جریان از مرزهای پایه، در مقدار نیروی دینامیکی وارده از طرف جریان مؤثر بوده و باید مقدار آن تعیین گردد. برای هر دو مدل ویسکوزیته گردابی استاندارد و نرمال شده زاویه جدایش جریان از پایه در حدود ۱۰۸ درجه نسبت به محور اصلی جریان نزدیک شونده به پایه می‌باشد (شکل ۹).

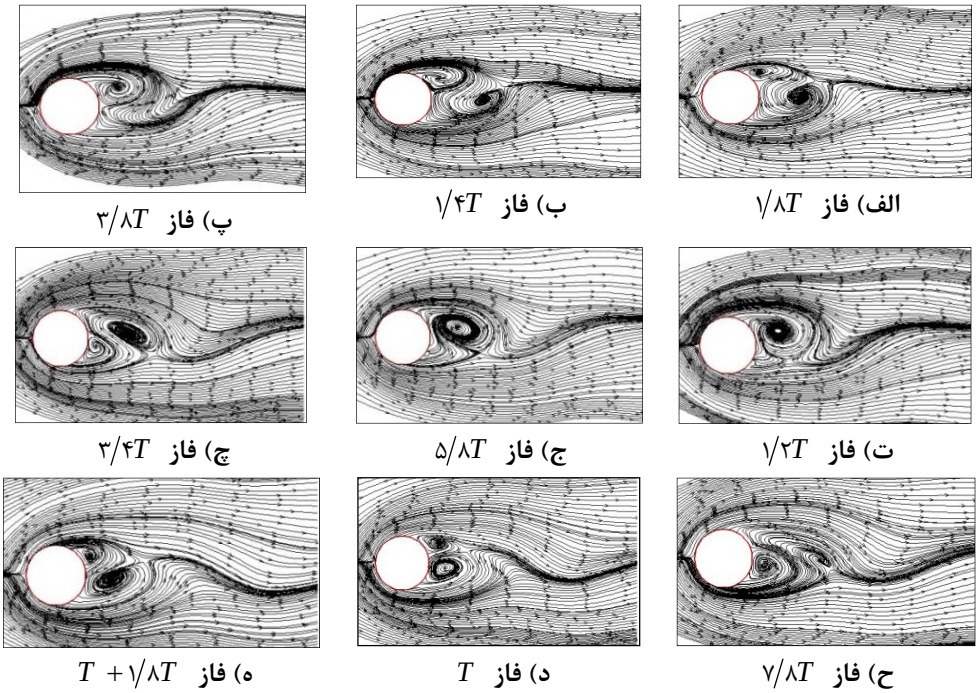


شکل ۹- زاویه جدایش جریان از مرزهای پایه در مدل آشفتگی ویسکوزیته گردابی



ح- زیرمجموعه مرتبه دوم ب- زیرمجموعه تنش رینولدز پایین امگا الف- زیر مجموعه خطی

شکل ۱۰- گردابه‌های ناحیه دنباله پایه در جریان شبیه‌سازی شده با مدل تنش رینولدز

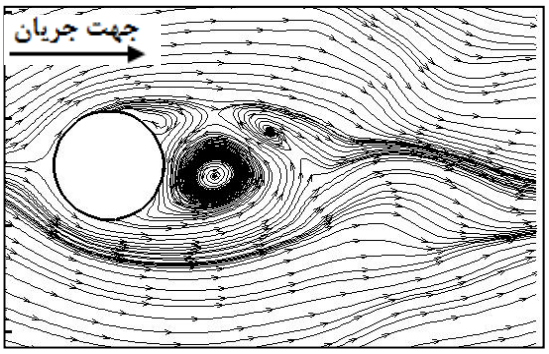


الف) فاز $1/8T$ **ب) فاز $1/4T$** **پ) فاز $3/8T$**

ت) فاز $1/2T$ **ج) فاز $5/8T$** **چ) فاز $3/4T$**

ح) فاز $7/8T$ **د) فاز T** **ه) فاز $T+1/8T$**

شکل ۱۱- خطوط جریان پیرامون پایه در فازهای مختلف نوسان جریان با استفاده از مدل تنش رینولدز



شکل ۱۲- فرم نامتقارن گردابه‌های ناحیه نزدیک پایه در مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

بررسی ناحیه دنباله پایه با مدل آششفتگی تنش رینولدز

برای مدل آشفتگی تنش رینولدز سه زیر مجموعه خطی، مرتبه دوم و تنش رینولدز امگا مورد بررسی قرار گرفته است. زیرمجموعه‌های فوق، ارتباط بین فشار و کرنش آشفتگی را به وجود آورده و مقدار انرژی جنبشی آشفتگی موجود در میان مؤلفه‌های نوسانی سرعت را با استفاده از نوسانات میدان فشار، باز توزیع می‌کنند (لاندار و اسپالدینگ، ۱۹۷۴). برای دو زیرمجموعه خطی و تنش رینولدز پایین امگا گردابه‌های پشت پایه حالت متقارن دارند (شکل ۱۰- الف و ب). به عبارتی این دو زیرمجموعه نمی‌توانند طبیعت نوسانی گردابه‌های پشت پایه را به درستی شبیه‌سازی کنند اما زیرمجموعه مرتبه دوم در شبکه‌بندی نوع نامنظم حالت نوسانی گردابه‌ها را نشان می‌دهد که در شکل (۱۰- ج) این نوسانات ارائه شده است.

با توجه به شکل نامتقارن گردابه‌ها در زیرمجموعه مرتبه دوم، این زیر مجموعه از مدل آشفتگی تنش رینولدز، برای سایر محاسبات مورد استفاده قرار می گیرد. جدایش جریان از مرزهای پایه استوانه-ای، در دو مدل خطی و تنش رینولدز پایین امگا به ترتیب حدود ۹۵ و ۱۰۵ درجه نسبت به محور اصلی جریان رخ می‌دهد (شکل ۱۰-الف و ب) لیکن در مدل مرتبه دوم جدایش جریان در زاویه ۷۸ درجه اتفاق افتاده است. همچنین این مدل قادر است علاوه بر گردابه‌های نوسانی پریودیک، گردابه‌های نوسانی اتفاقی را نیز مدل‌سازی نماید. دوره تناوب نوسان این گردابه‌ها حدود ۸ ثانیه($T = 8\ s$) و فرکانس آن‌ها ۰/۷۸۵ هرتز می‌باشد. در شکل (۱۱) تغییرات گردابه‌ها برای دوره نوسان ۸ ثانیه‌ای در فازهای مختلف ارائه شده است.

لذا می‌توان نتیجه گرفت مدل مذکور رشد و استهلاک گردابه‌ها در ناحیه دنباله پایه را با دقت بالایی شبیه‌سازی نموده و گستردگی گردابه‌ها در پایین دست پایه به خوبی مشاهده می‌گردد. در شکل فوق، مطابقت زمانی شکل گردابه‌ها در دو فاز $\frac{1}{8}T$ و $T+\frac{1}{8}T$ کاملاً مشهود است.

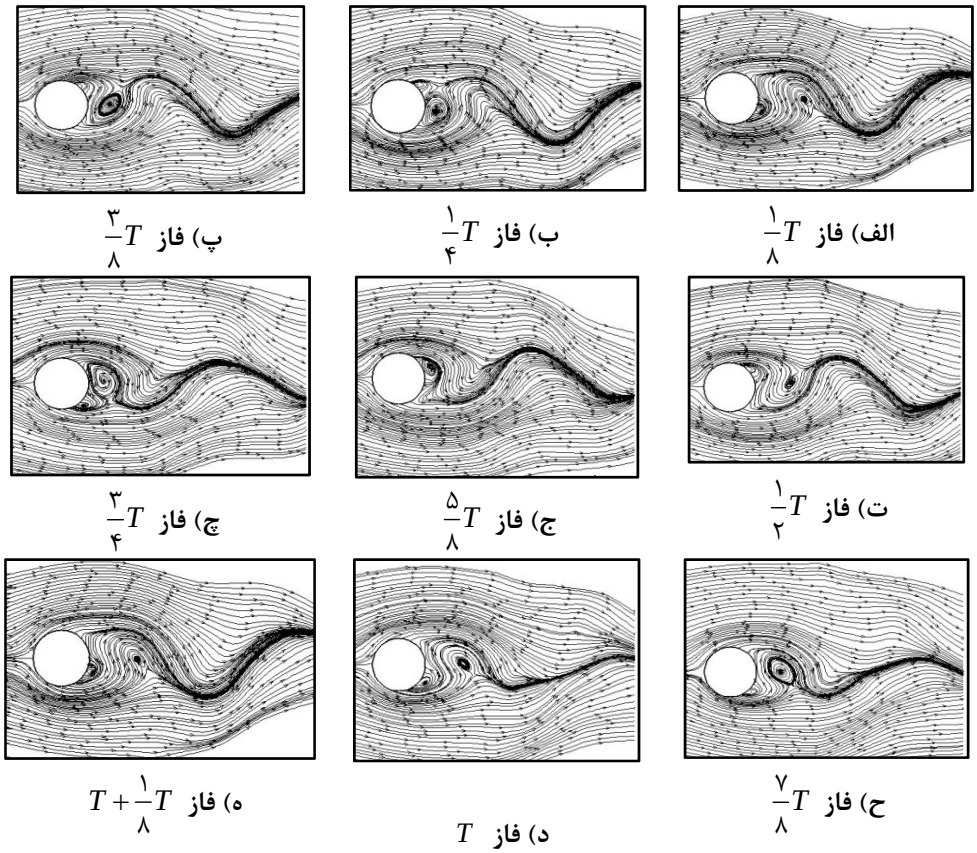
بررسی ناحیه دنباله پایه با مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

برای مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ حالت نامتقارن گردابه‌ها در ابتدای فرآیند شبیه‌سازی در شکل (۱۲) ارائه شده است. مشابه مدل تنش رینولدز، مدل فوق نیز در شبیه‌سازی گردابه‌های تناوبی و نوسانی از دقت بالایی برخوردار می‌باشد. همچنین در مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ دوره زمانی نوسان گردابه‌ها نیز ۸ ثانیه بوده که در شکل (۱۳) نحوه تغییرات زمانی آن‌ها در فازهای مختلف نوسان $\frac{1}{8}T$، $\frac{1}{4}T$، $\frac{3}{8}T$، $\frac{1}{2}T$، $\frac{5}{8}T$، $\frac{3}{4}T$، $\frac{7}{8}T$ ، T و $T+\frac{1}{8}T$ ارائه گردیده است. تکرار گردابه فاز $\frac{1}{8}T$ (شکل ۱۳-الف) در شکل (۱۳-ه) فاز $T+\frac{1}{8}T$ دیده می‌شود.

همچنین در پایین دست پایه، گردابه‌ها تا فاصله معینی از پایه انتشار یافته و نهایتاً مستهلک گردیده‌اند. محل جدایش جریان از مرزهای پایه در زاویه‌ای حدود ۸۲ درجه نسبت به محور اصلی جریان نزدیک شونده می‌باشد.

طبق نتایج مطالعات شلشتینگ و گرستن[1] (۲۰۰۰) زاویه جدایش جریان با $300 < \mathrm{Re} < 10^6$ از مرزهای پایه استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای، ۸۰ درجه می‌باشد. لذا با مقایسه نقطه جدایش جریان حاصل شده از سه مدل آشفتگی می‌توان نتیجه گرفت مدل تنش رینولدز با زاویه جدایش ۷۸ درجه و مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با زاویه جدایش ۸۲ درجه (جدول ۵) تطابق خوبی با مدل شلشتینگ و گرستن (۲۰۰۰) دارند.

1- Schlichting and Gersten



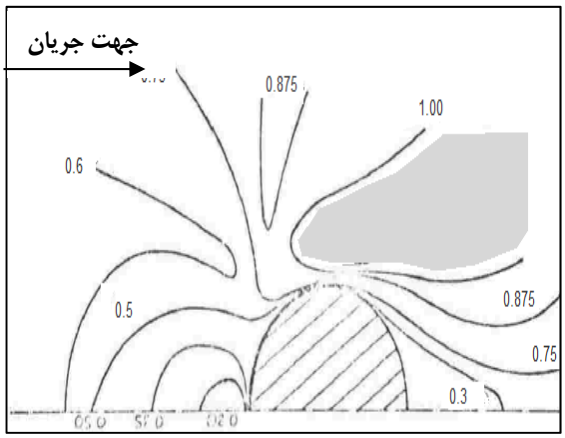
شکل ۱۳- خطوط جریان پیرامون پایه در فازهای مختلف نوسان برای مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

جدول ۵- زاویه جدایش جریان از مرزهای پایه در مدل‌های آشفتگی مختلف

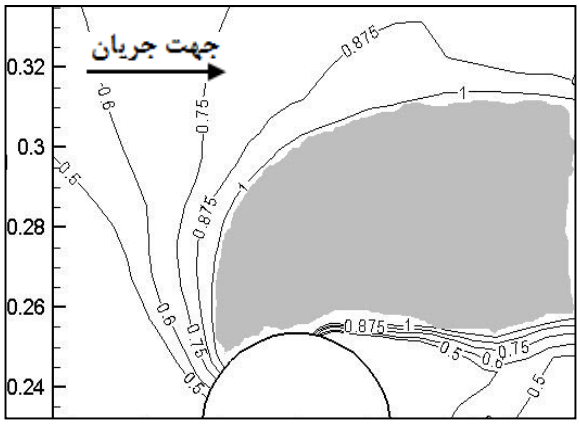
مدل آشفتگی		زاویه جدایش جریان
ویسکوزیته گردابی	استاندارد	۱۰۸
	نرمال شده	۱۰۸
تنش رینولدز	خطی	۹۵
	مرتبه دوم	۷۸
	تنش رینولدز پایین امگا	۱۰۵
شبیه سازی گردابه-های بزرگ	انرژی جنبشی	۸۲

بررسی ناحیه وقوع تنش‌های برشی بحرانی پیرامون پایه‌های استوانه‌ای

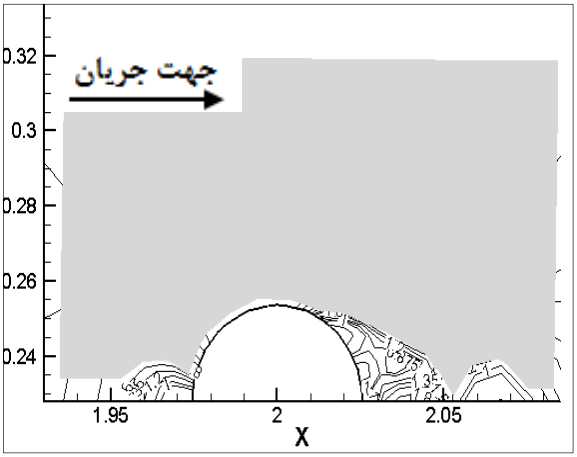
مواد رسوبی بسترهای رودخانه‌ای تحت تأثیر جریان‌های آشفته، دچار جابجایی‌هایی می‌گردند که کاملاً تصادفی بوده و به صورت تابعی از زمان و مکان تغییر می‌یابند. این پدیده ناشی از نوسانات احتمالی نیروهای مؤثر بر ذرات رسوبی بستر می‌باشد. میزان جابجایی و جهت جابجایی ذرات رسوبی کاملاً وابسته به ویژگی‌های جریان و شدت آشفتگی آن می‌باشد. باتوجه به اهمیت شبیه‌سازی دقیق تنش‌های برشی بحرانی در پیش‌بینی وقوع آبشستگی و نیز تغییرات زمانی آن، مدل‌های آشفتگی تنش رینولدز و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از این منظر نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای صحت سنجی نتایج، مطالعه تجربی ملویل (۱۹۷۵) که در آن ناحیه وقوع تنش‌های برشی بحرانی تعیین گردیده، انتخاب شده است. شکل (۱۴) نشان دهنده نتایج تجربی ملویل می‌باشد.



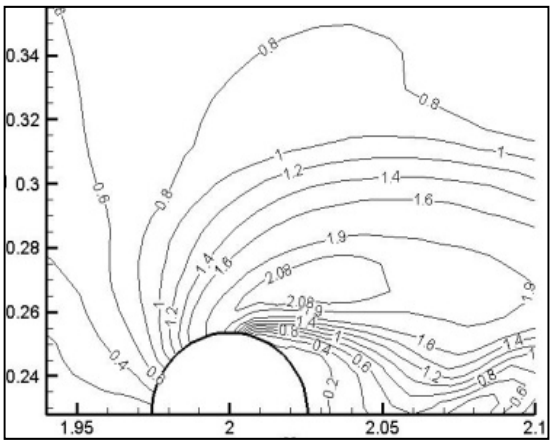
شکل ١٤- ناحیه وقوع تنش‌های برشی بحرانی در مطالعه تجربی ملویل (١٩٧٥)



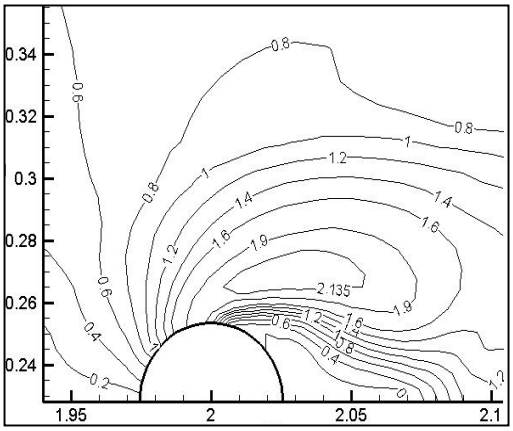
شکل ١٥- ناحیه گستردگی تنش‌های برشی بحرانی برای مدل تنش رینولدز



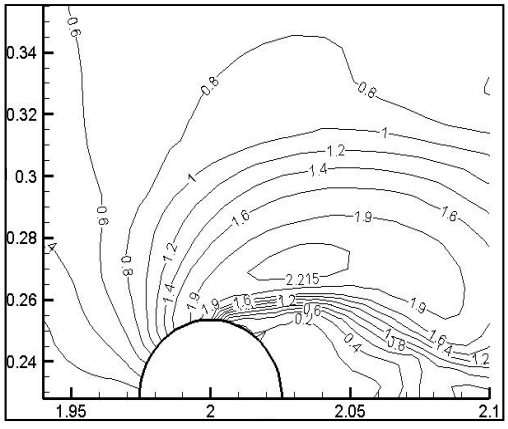
شکل ١٦- ناحیه گستردگی تنش‌های برشی بحرانی برای مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ



الف- فاز $\frac{۱}{۴}T$



ب- فاز $\frac{۵}{۸}T$



ج- فاز T

شکل ۱۷- نوسانات تنش برشی در فازهای مختلف دوره تناوب گردابه‌ها برای مدل تنش رینولدز

ناحیه تنش‌های برشی بحرانی به صورت میانگین‌گیری شده زمانی برای یک دوره تناوب نوسان گردابه‌ها، در شکل (۱۵) برای مدل تنش رینولدز و در شکل (۱۶) برای مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ ارائه شده است. مقایسه شکل‌ها نشان می‌دهد که مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ ناحیه تنش‌های برشی بحرانی را بسیار بزرگ‌تر از مقادیر واقعی، شبیه‌سازی نموده لیکن نتایج مدل تنش رینولدز تطابق نسبتا منطقی با نتایج تجربی ملویل نشان می‌دهد.

لیکن مقدار بیشینه تنش برشی بی بعد شده (نسبت به تنش برشی بحرانی که مطابق آزمایش‌های ملویل (۱۹۷۵) مقدار آن برابر ۰/۱۹۶ پاسکال در نظر گرفته شده است) در این فازها متفاوت بوده و برای یک نقطه معلوم در این ناحیه $(x = ۲/۰۷\,m, y = ۰/۲۷m)$ در فاز $۱/۴T$ مساوی ۲/۰۸، در فاز $۵/۸T$ مساوی ۲/۱۳۵ و در فاز T برابر با ۲/۲۱۵ می‌باشد (شکل ۱۷). مقدار میانگین تنش برشی در این نقطه مساوی ۲/۱۴۵ می‌باشد. مقدار تنش برشی تا فاز پنج نوسان کمتر از مقدار میانگین و پس از فاز پنجم مقدار آن بیشتر از میانگین می‌باشد.

نتیجه گیری

در پژوهش حاضر جهت بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی در اطراف پایه‌های استوانه‌ای، مدل‌های آشفتگی ویسکوزیته گردابی، تنش رینولدز و نیز شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مورد مطالعه قرار گرفتند. در این راستا پس از بررسی و مقایسه اولیه این مدل‌ها، چهار مدل ویسکوزیته گردابی استاندارد و نرمال شده، تنش رینولدزی مرتبه دوم و نیز مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ انتخاب و نتایج نهایی آن‌ها برای انتخاب مدلی که جریان پیرامون پایه استوانه‌ای را با دقت بیشتری شبیه‌سازی نماید، مقایسه گردیدند. زاویه جدایش جریان برای مدل ویسکوزیته گردابی، ۱۰۸ درجه، برای مدل تنش رینولدز، ۷۸ درجه و برای مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ حدود ۸۲ درجه بود که با توجه به عدد رینولدز جریان ۸۰۰۰۰ و در مقایسه با نتایج تجربی، می‌توان نتیجه گرفت دو مدل تنش رینولدز و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ نقطه جدایش جریان را دقیق‌تر از مدل ویسکوزیته گردابی نشان می‌دهند و اختلاف اندکی با یکدیگر دارند. با مقایسه منحنی‌های سرعت برای دو مدل تنش رینولدز و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با منحنی سرعت در مدل تجربی ملویل معلوم شد منحنی سرعت در مدل تنش رینولدز تطابق بیشتری با مقادیر آزمایشگاهی دارد. همچنین به منظور بررسی نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر پایه‌های در معرض جریان‌های رودخانه‌ای، عدد استروهال و ضریب دراگ برای دو مدل فوق محاسبه گردید و با نتایج تجربی لین و همکاران (۱۹۹۵)، دورائو و همکاران (۱۹۸۸) و نیز مقادیر عددی رودی (۱۹۹۷) مقایسه گردیدند. مقدار عدد استروهال برای دو مدل تنش رینولدز و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ تقریبا مساوی بود اما در مدل تنش رینولدز ضریب دراگ تطابق بیشتری با نتایج موجود داشت و می توان چنین بیان داشت که این مدل در شبیه‌سازی ضرایب نیروهای هیدرودینامیکی دقیق‌تر از مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ عمل می‌کند. همچنین از منظر نوسان گردابه‌ها و انتشار آن‌ها به پایین دست، شبیه سازی دو مدل مذکور تا حدود بسیار زیادی یکسان بود و تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین آن‌ها مشاهده نشد. در نهایت اگر دو مدل تنش رینولدز و شبیه-سازی گردابه‌های بزرگ از منظر مدل‌سازی تنش‌های برشی بستر پیرامون پایه مورد مقایسه قرار گیرند معلوم می‌گردد مدل تنش‌های رینولدز در شبیه‌سازی تنش‌های برشی بحرانی دقت بیشتری داشته و ناحیه گستردگی این تنش‌ها در مدل فوق تطابق بیشتری با نتایج آزمایشگاهی ملویل (۱۹۷۵) دارد. در مقابل مدل شبیه‌سازی گردابه-های بزرگ این ناحیه را بسیار بزرگ‌تر از مقادیر واقعی شبیه‌سازی می‌نماید. همچنین مدت زمان اجرای برنامه برای مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ بیشتر می‌باشد طوری که اگر زمان لازم برای اجرای مدل ویسکوزیته گردابی برابر یک مدت زمان معین باشد، برای مدل تنش رینولدز این مدت زمان دو برابر و برای مدل شبیه-سازی گردابه‌های بزرگ چهار برابر خواهد بود. مقایسه کلی دو مدل تنش رینولدز و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ از دیدگاه‌های زاویه جدایش جریان، منحنی سرعت، ضرایب نیروهای هیدرودینامیکی، زمان تناوب و انتشار گردابه‌ها، توزیع تنش‌های برشی بحرانی و نیز مدت زمان شبیه‌سازی مدل‌ها، نشان داد نتایج حاصله از شبیه‌سازی جریان با مدل آشفتگی تنش رینولدز تطابق بیشتری با مقادیر تجربی داشته و این مدل می‌تواند به عنوان یک مدل دقیق برای شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشفته در اطراف اجسام مورد توجه قرار گیرد.

منابع

۱- شادآرام، ع.، عظیمی، م. و ن.، رستمی. ۱۳۸۶. مطالعه تجربی مشخصه‌های جریان در دنباله نزدیک استوانه‌هایی با مقطع چهارگوش. نشریه مکانیک و هوا فضا، ۳ (۳): ۲۳-۱۳.

2- Cantwell, B. and D. Coles. 1983. An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of circular cylinder. Journal of Fluid Mechanic, 136:321-374.

3- Durao, D. F. G., Heitor, M.V. and J. C. F. Pereira. 1988. Measurements of turbulence and periodic flows around a square cross-section cylinder. Journal of Experiments in Fluids, 6(1): 298-304.
4- Frank, R., Rodi, W. and B. Schonung. 1993. Numerical calculation of laminar vortex shedding flow past cylinders. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 35: 3-19.
5- Grigoriadis, D. G. E., Bartzis, J. G. and A. Goulas. 2003. LES of the flow past a rectangular cylinder, using the immersed boundary concept. International Journal of Numeric Methods in Fluids, 41(6): 615-632.
6- Launder, B. E. and D. B. Spalding. 1974. The numerical computation of turbulent flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3: 269-289.
7- Lyn, D. A., Einav, S., Rodi, W. and J. H. Park. 1995. A laser-Doppler Velocimetry study of ensemble – averaged characteristics of the turbulent near wake of square cylinders. Journal of Fluid Mechanics, 304(3): 285-319.
8- Melville, B. W. 1975.Local scour at bridge sites. Rep. No. 117, Dept. of Civil Engineering, School of Engineering, Univ. of Auckland, Auckland, New Zealand.
9- Okajima, A. 2006. Strouhal numbers of rectangular cylinders. Journal of Fluid Mechanics, 123(2): 379-398.
10- Rodi, W. 1993. On the simulation of turbulent flow past bluff bodies. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 46-47: 3-19.
11- Rodi, W. 1997. Comparisons of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 69-71: 55-75.
12- Saha, A. K., Muralidhar, K. and G. Biswas. 2000. Experimental study of flow past a square cylinder at high reynolds numbers. Journal of Experiments in Fluids, 29(4): 553-563.
13- Salaheldin, T. M., Imran, J. and M. H. Chaudhry. 2004. Numerical modeling of three-dimensional flow field around circular piers. Journal of Hydraulic Engineering, 130(2): 91-100.
14- Schlichting, H. and K. Gersten. 2000. Boundary layer theory. 8th Revised and Enlarged Edition, Springer, Berlin.