

مقایسه روش‌های آماری، تجربی، شبکه عصبی و ترکیبی فازی-عصبی در برآورد هوای مورد نیاز هواده سرریز

امین مهدوی میمند^۱ و جواد احدیان^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های آبی دانشگاه شهید چمران اهواز

۲- نویسنده مسئول، عضو هیات علمی گروه سازه‌های آبی دانشگاه شهید چمران اهواز ja_ahadiyan@yahoo.com

تاریخ پذیرش: ۹۳/۳/۴

تاریخ دریافت: ۹۲/۸/۱۲

چکیده

یکی از روش‌های کاهش خسارت ناشی از کاویتاسیون در سرریز سدها، هواده‌ی به جریان با استفاده هواده‌ها است. جریان هوای مورد نیاز هواده‌ها یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در طراحی آن‌ها است. در این پژوهش برای برآورد جریان هوای مورد نیاز هواده سرریز از چهار روش رگرسیون گام به گام، روش تجربی فیشر، شبکه عصبی (مبتنی بر آموزش لوبرگ-مارکواد) و روش ترکیبی فازی-عصبی (انفیس) استفاده شد. به منظور انجام مدل‌سازی از ۹۱۴ داده مربوط به آزمایش‌های انجام‌شده روی مدل هیدرولیکی سرریز سد کلاید دم و ۱۲ داده مربوط به آزمایش‌های صورت گرفته توسط مرکز تحقیقات آب تهران روی مدل هیدرولیکی سد مخزنی آزاد، استفاده شد. پس از برآورد دبی هوای مورد نیاز هواده سرریز با استفاده از روش‌های ذکر شده، خطای روش‌های مختلف محاسبه گردید و عملکرد آن‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش ترکیبی عصبی-فازی با داشتن ریشه میانگین مربعات خطا در حدود 0.194 و ضریب همبستگی 0.968 ، بهترین عملکرد را دارا می‌باشد. این در حالی است که برای روش‌های شبکه عصبی مصنوعی، رگرسیون گام به گام و تجربی فیشر، ریشه میانگین مربعات خطا به ترتیب حدود 0.0538 ، 0.0596 و 1.98 است.

کلیدواژه‌ها: کاویتاسیون، هواده، رگرسیون گام به گام، شبکه عصبی، منطق فازی، انفیس.

Evaluation of Statistical, Empirical, Neural Networks and Neural – Fuzzy Techniques for Estimation of Spillway Aerators

A. Mahdavi Meymand¹ and J. Ahadiyan^{2*}

1- Msc Student, Hydraulic Structures Department, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran

2* - Assistant professor, Hydraulic Structures Department, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran

Received: 3 November 2013

Accepted: 25 May 2014

Abstract

One way to decrease the damage caused by cavitation in spillways is aeration flow using aerators. The required air flow of aerator is one of the most important factors in their design. In this study, to estimate the required air flow of spillway aerators four methods were applied including of stepwise regression, Pfister empirical method, neural network (based on Levenberg-Marquardt algorithm) and the combination of fuzzy-neural (ANFIS). In order to perform of modeling, 914 experimental data on physical model of Clyde Dam spillway and 12 data of Azad Dam related to conducted tests by Water Research Center on Azad dam hydraulic model were gathered. However, the performance and error of these methods were investigated after calculating the required air flow of aerators. The results showed that the combination of fuzzy-neural has the best performance with a root mean square error (RMSE) and correlation coefficient (R) about 0.0194 and 0.968, respectively. In addition, artificial neural network, stepwise regression and Pfister empirical methods had a root mean square error equal to 0.0538, 0.0596 and 1.98, respectively.

Keywords: Cavitation, Aerator, Stepwise regression, Neural network, Fuzzy logic.

مقدمه

وجود زبری در سطح سرریز در سرعت‌های بالای جریان عبوری از این سازه باعث جداشدگی جریان در مناطق کوچکی می‌شود که کاهش فشار وارده به سرریز را در پی دارد. هنگامی که فشار وارده به سطح سازه از فشار بخار جریان عبوری از آن کمتر شود، حباب‌های بخار یا حباب‌های خلالتی در جریان ایجاد می‌شود که این حباب‌ها همراه با جریان به پایین دست منتقل می‌شوند. در مکان‌هایی از پایین دست که فشار وارده به سازه افزایش می‌یابد، این حباب‌ها منفجر می‌شوند. با منفجر شدن این حباب‌ها امواج ضربه‌ای به وجود می‌آید که باعث فرسایش و تخریب سازه می‌شود (چانسون^۱، ۱۹۸۸). در ابتدا حفره‌های کوچکی در بتن به وجود می‌آید که در ادامه این حفره‌ها خود به عنوان ناهمواری ثانویه عمل کرده و باعث جدایی بیشتر جریان و تخریب بیشتر سازه می‌شوند. این پدیده مخرب کاویتاسیون نامیده می‌شود. در بین سال‌های ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ کاویتاسیون خسارت‌های زیادی به سرریز سدها وارد نموده است. به عنوان مثال می‌توان به سد کبان^۲ در ترکیه و سد کارون یک در ایران اشاره نمود. نمونه‌ی دیگری از خسارت کاویتاسیون می‌توان به تونل سد گلن کین^۳ اشاره نمود. پیشرفت آسیب در تونل سمت چپ این سد باعث ایجاد حفره‌ای به عمق ۱۱ متر در آن شد (فالوی^۴، ۱۹۹۰). در شکل (۱) می‌توان آسیب وارده به تونل این سد را مشاهده نمود. به منظور پیش‌بینی خوردگی باید موقعیت نقاطی که ممکن است فشار تا حد فشار بخار سیال عبوری از سرریز پایین آید شناسایی نمود. برای دستیابی به این هدف می‌توان از شاخص کاویتاسیون یا ضریب خوردگی (σ) استفاده نمود. این شاخص از نوشتن رابطه برنولی بین دو مقطع به دست می‌آید. شاخص کاویتاسیون نسبت افت فشار لازم برای تبخیر آب، به پتانسیل کاهش فشار جریان از طریق انرژی جنبشی است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \frac{P - P_v}{\frac{1}{2} \times \rho \times U^2} \quad (1)$$

در این رابطه P_v : فشار بخار سیال عبوری از سرریز در دمای محیط، ρ : جرم حجمی سیال، U : سرعت متوسط جریان و P : فشار محلی است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P = P_0 + P_g \quad (2)$$

در این رابطه P_0 : فشار اتمسفر و P_g : فشار پیرومتریک می‌باشد. کاویتاسیون زمانی رخ می‌دهد که شاخص کاویتاسیون، از

شاخص کاویتاسیون بحرانی کمتر شود. فالوی (۱۹۹۰) با مطالعه در مورد کاویتاسیون روی سرریزها و تونل‌ها، شاخص بحرانی کاویتاسیون را بین $0.2 - 0.25$ به دست آورد. فدایی کرمانی و همکاران (۲۰۱۳) برای بررسی کاویتاسیون در مطالعه موردی روی سد شهید عباسپور، با استفاده از دو پارامتر عدد کاویتاسیون و سرعت جریان، میزان خسارت را در پنج سطح از بدون خسارت تا خسارت عمده دسته‌بندی نمودند. هر دو روش، خسارت شدید در پایین سرریز را نشان دادند. با این وجود شاخص کاویتاسیون پیش‌بینی بهتری از سطح کاویتاسیون ارائه می‌دهد. امروزه با استفاده از نرم افزارهایی همچون Flow-3D نیز می‌توان مکان‌هایی که احتمال کاویتاسیون را دارند مدل‌سازی نمود. دهدار بهبهانی و همکاران (۱۳۹۰) پدیده کاویتاسیون در طول پرتابه جامی شکل سرریز سد بالارود را با استفاده از مدل Flow-3D مدل نمودند. ایشان نشان دادند که احتمال وقوع کاویتاسیون در قسمت پرتابه جامی سد بالارود وجود ندارد که با نتایج به دست آمده از مدل هیدرولیکی این سد در آزمایشگاه مطابقت دارد.

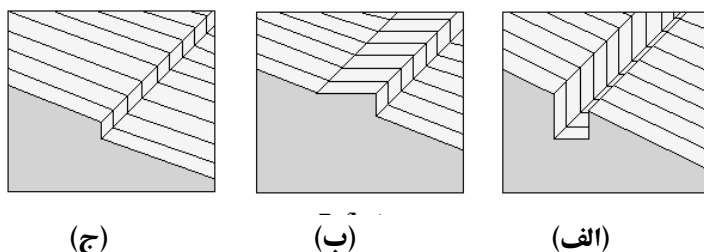
جلوگیری از ایجاد سرعت‌های بالای جریان، استفاده از مواد مقاوم در برابر خوردگی، تغییر زبری سطح عبوری جریان و هواده‌ی به جریان از جمله روش‌های کاهش خسارت ناشی از پدیده کاویتاسیون است که از میان آن‌ها کاهش سرعت جریان به دلیل محدودیت‌های طراحی عملاً امکان‌پذیر نیست. همچنین افزایش مقاومت سطح بتن و تغییر زبری در سرعت‌های بالا کارساز نیست. پس از کاربرد موفقیت‌آمیز هواده در سد گرند کولی^۵ واقع در آمریکا در سال ۱۹۶۰ بود که امروزه هواده‌ی به جریان به عنوان موثرترین روش از نظر سادگی اجرا و هزینه در پیش‌گیری و محافظت از سرریز مد نظر قرار گرفته است (کولگیت و الدر^۶، ۱۹۶۱؛ جین و چائو^۷، ۲۰۱۱). مطالعات پترکا^۸ (۱۹۵۳) نشان داد که با وارد شدن دو درصد هوا (نسبت دبی هوا به دبی جریان) به جریان، خسارت ناشی از کاویتاسیون به میزان قابل توجهی کاهش پیدا می‌کند. اگر این نسبت به ۶ تا ۸ درصد افزایش یابد، هیچ‌گونه خرابی ناشی از کاویتاسیون مشاهده نمی‌شود. برای وارد نمودن هوا به داخل جریان عبوری از سرریز، از هواده‌ها استفاده می‌شود. هواده‌ها با جدا کردن جریان از سطح سرریز، باعث ایجاد جت جریان آزاد و از هم پاشیده‌ای می‌شود که هوا در داخل آن به دام می‌افتد (فیشر^۹، ۲۰۱۱). به طور کلی می‌توان انواع هواده‌ها را شامل هواده شکافی^{۱۰}، هواده پلکانی^{۱۱} و هواده مانع‌دار^{۱۲} تقسیم‌بندی نمود. در شکل (۲) می‌توان شماتیکی از انواع هواده را مشاهده نمود.

5-Grand Goulee Dam
6-Colgate and Elder
7-Jain and Chao
8-Peterka
9-Pfister
10-Groove Aerator
11-Offset Aerator
12-Deflector Aerator

1-Chanson
2-Keban Dam
3-Glen Canyon Dam
4-Falvey



شکل ۱- آسیب ناشی از کاویتاسیون به تونل سمت چپ سد گلن کنین (فالوی، ۱۹۹۰)



شکل ۲- شماتیکی از انواع هواده (الف) هواده شکافی (ب) هواده مانع دار (ج) هواده پلکانی

A_w : سطح مقطع جریان بالادست هواده بر حسب مترمربع و α : زاویه سرریز است. در این رابطه (L_j/h) از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\left(\frac{L_j}{h}\right) = 0.28Fr^{1.75}(1+\theta)^{0.22}\left(\frac{t_r+t_s}{h}\right)^{0.44} \times \left[1 + \tan\alpha\left(\frac{A_a}{A_w}\right)\right]^{-0.087} \quad (۴)$$

در رابطه‌ی بالا Fr : عدد فرود، θ : زاویه رمپ، t_r : ارتفاع رمپ، بر حسب متر و t_s : ارتفاع پله بر حسب متر است. فیشر و هگر^۲ (۲۰۱۰) جهت برآورد دبی جریان هوای مورد نیاز هواده رابطه زیر را پیشنهاد کردند:

$$\beta = 0.0028F_0^2(1+F_0^2 \tan\alpha) - 0.1 \quad (۵)$$

$$0 < \alpha < 11.3$$

در این رابطه، α : زاویه رمپ هواده است. امروزه کاربرد محاسبات نرم در مدل‌سازی، کاربرد وسیعی یافته است. کاویانپور و رجبی (۱۳۸۴) برای تعیین دبی مورد نیاز هواده تونل‌های تخلیه کننده

بهترین نوع هواده استفاده ترکیبی از انواع یادشده می‌باشد. هواده مانع‌دار با بلند کردن جریان از سطح، شرایط را برای وارد شدن هوا از سطح زیرین ایجاد می‌کند. از مزیت‌های این نوع هواده این است که در این روش هوا بدون نیاز به پمپ وارد می‌شود. هواده پلکانی در شیب‌های کم توسط جت‌های جاری که به مرز پایین دست برخورد می‌کند، از زیر آب رفتن هواده جلوگیری می‌کند. هواده شکافی برای توزیع یکنواخت هوا در عرض هواده استفاده می‌شوند (کولگیت و الدر، ۱۹۶۱). اطلاع از میزان جریان هوای مورد نیاز هواده‌ها یکی از نکات اصلی در طراحی آن‌هاست. تعدادی رابطه‌ی تجربی برای برآورد جریان هوای مورد نیاز هواده سرریز توسط محققین ارائه شده است که به دو مورد از در ادامه اشاره خواهد شد. کاکپینر و گاگوس^۱ (۲۰۰۲) جهت برآورد جریان هوای مورد نیاز هواده رابطه‌ی زیر را ارائه نمودند:

$$\beta = 0.0189 \times \left(\frac{L_j}{h}\right)^{0.83} \times \left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right) \times (1 + \tan\alpha)\right]^{0.24} \quad (۳)$$

در این رابطه L_j : طول جت بر حسب متر، h : عمق جریان بر حسب متر، A_a : سطح مقطع مجرای ورودی هوا بر حسب مترمربع،

مقدار α انتخابی) را در نظر نمی‌گیرند. از این رو سه روش: انتخاب پیش‌رو (Fs)، شیوه حذف پس رو (BE) و روش گام به گام، برای انتخاب متغیرها پیشنهاد می‌شود. روش گام به گام در اصل یک نوع شیوه‌ی انتخاب پیش‌رو است و بر اساس مدل رگرسیون خطی بنانهاده شده است. این روش با فرض عدم وجود هیچ متغیر مستقلی در مدل و وجود تنها عرض از مبدا پایه‌گذاری شده در تمام رگرسیون‌های خطی ساده متغیری که بیش‌ترین همبستگی را با پاسخ داشته باشد، به عنوان اولین متغیر در تابع رگرسیونی منظور می‌شود. همچنین در این روش متغیر بعدی که به رابطه رگرسیونی اضافه می‌شود، باید بیش‌ترین سهم را در مجموع توان‌های دوم رگرسیون داشته باشد. پارامتر α ، در این روش حداکثر سطح قابل قبول خطا در آزمون فرضیه است که در مطالعه حاضر به مقدار ۰/۰۵ در نظر گرفته شد.

شبکه عصبی مصنوعی (مبتنی بر الگوریتم لونیبرگ-مارکواد)

شبکه‌های عصبی مصنوعی نوعی مدل‌سازی ساده از سیستم‌های عصبی واقعی هستند. هنگامی که عوامل زیادی روی یک پدیده تأثیر داشته باشند، با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی می‌توان بین آن‌ها ارتباط برقرار نمود. شبکه‌های عصبی قابلیت آموزش بر اساس اطلاعات و داده‌هایی که از آزمایش‌ها به دست آمده‌اند را دارند که می‌توان از آن‌ها در تحلیل مسائلی که منجر به استفاده از روابط پیچیده ریاضی می‌شود بهره گرفت. نظریه شبکه عصبی مصنوعی برای اولین بار در دهه‌ی ۴۰ میلادی توسط روانشناس معروف مک‌کلاچ^۱ و ریاضی‌دان پیترز^۲ (۱۹۴۳) مطرح شد. منظور از پیش رو بودن این است که نرون‌های مصنوعی در لایه‌های متوالی قرار گرفته و خروجی خود را به جلو می‌فرستند. پس انتشار بودن به این معنا است که خطاها به سمت عقب در شبکه فرستاده می‌شوند تا پس از اصلاح مجدد وزن‌ها دوباره به صورت پیش رو مسیر ورودی تا خروجی را طی کنند. برای بررسی ارتباط خطا با ورودی‌ها، وزن‌ها و خروجی‌ها روش‌های متفاوتی از جمله: روش گرادیان شیب، روش نیوتن، روش اندازه حرکت، روش آنتروپی متقابل و روش لونیبرگ-مارکواد وجود دارد. در پژوهش اخیر برای آموزش شبکه عصبی از الگوریتم پیش‌خور پس انتشار خطا با الگوریتم آموزشی لونیبرگ-مارکواد استفاده شد. الگوریتم لونیبرگ-مارکواد سریع‌ترین نرخ همگرایی را در مسائل فنی و مهندسی دارد. الگوریتم لونیبرگ-مارکواد این حسن را دارد که در شبکه تغییر میزان نرخ یادگیری به صورت تطبیقی است. روش لونیبرگ-مارکواد روشی است که در آن برای اصلاح فراسنج‌ها علاوه بر مشتق اول (ماتریس ژاکوبین) از مشتق‌های دوم نیز (موسوم به ماتریس هسین) استفاده می‌شود. در این الگوریتم روش

تحتانی از شبکه عصبی با الگوریتم پس انتشار خطا استفاده نمودند. نتایج حاکی از قابلیت بالای شبکه عصبی آموزش دیده نسبت به روش‌های تجربی در برآورد دبی هوای مورد نیاز هواده بعد از دریچه دارد. ذونعمت کرمانی و مهدوی میمند (۱۳۹۱) با مقایسه روش‌های رگرسیون خطی چند متغیره، شبکه عصبی و روابط تجربی در برآورد دبی هوای مورد نیاز تخلیه‌کننده‌های تحتانی نشان دادند که به لحاظ عملکرد به ترتیب روش شبکه عصبی، رگرسیون خطی چند متغیره و روش‌های مبتنی بر روابط تجربی قرار می‌گیرد. نجفی و همکاران (۲۰۱۲) برای برآورد دبی مورد نیاز هواده بعد از دریچه تونل‌های تخلیه‌کننده تحتانی، از روش‌های سیستم فازی، ترکیبی فازی-ژنتیک، ترکیبی فازی-عصبی (انفیس) و روابط تجربی استفاده نمودند و نشان دادند که به لحاظ دقت به ترتیب روش‌های انفیس، ترکیبی عصبی-ژنتیک، فازی و روش‌های تجربی قرار دارند. لذا با توجه به مروری بر منابع انجام شده که نشان می‌دهد استفاده از روش‌های محاسبه‌ای نرم باعث افزایش دقت در مدل‌سازی پدیده‌های پیچیده می‌گردد، هدف این پژوهش اقدام به مدل‌سازی جریان هوای مورد نیاز هواده با کاربرد روش‌های محاسبه‌ای نرم شد.

مواد و روش‌ها

در این پژوهش برای مدل‌سازی جریان هوای مورد نیاز هواده سرریز از روش‌های تجربی فیشر، رگرسیون گام به گام، شبکه عصبی مصنوعی و انفیس استفاده شد. روش تجربی فیشر در بخش قبل به آن اشاره شد و بقیه روش‌ها در ادامه به طور مختصر شرح داده خواهند شد.

رگرسیون گام به گام

با استفاده از رگرسیون خطی چند متغیره می‌توان بین عوامل مؤثر بر یک پدیده، رابطه‌ای خطی برقرار نمود. رگرسیون چند متغیره در واقع ارتباط بین یک سری از متغیرهای وابسته را با متغیر مورد نظر برقرار می‌نماید. رابطه رگرسیونی برآزش شده به صورت کلی زیر است:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon \quad (6)$$

که در این رابطه $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n$: ثابت‌هایی هستند که به ضرایب رگرسیون موسوم هستند و ε : خطای تصادفی است (نیرومند، ۱۳۸۴). در مواردی که تعداد عوامل مؤثر بر پدیده کم باشد، می‌توان با بررسی تمام ترکیبات مختلف و مقایسه خطای آن‌ها بهترین مدل رگرسیونی را به دست آورد؛ اما مواردی وجود دارد که تعداد عوامل مؤثر بر پدیده زیاد است و بررسی تمام ترکیبات ممکن وقت‌گیر، و به محاسبات زیادی نیازمند است. در این موارد شیوه‌هایی پیشنهاد شده که تمام معادله‌های ممکن را در نظر نمی‌گیرند و متغیرهایی که اهمیت چندانی ندارند (با توجه به

فازی - عصبی، انفیس را مطرح نمود. این مدل یک سامانه فازی سوگنو^۳ را در یک ساختار عصبی اجرا می‌کند و توابع عضویت از طریق الگوریتم پس انتشار یا ترکیب آن با حداقل مربعات تنظیم می‌شود. در انفیس قوانین ثابت هستند و آنچه بهینه‌سازی می‌شود، عامل‌های توابع عضویت است. در این پژوهش جهت انجام مدل‌سازی، از محیط M-File نرم‌افزار متلب استفاده شد. پس از بررسی توابع عضویت مختلفی همچون مثلثی، دوزنقه‌ای، گوسی ساده، گوسی دوطرفه مرکب، زنگی شکل، سیگموئیدی، سیگموئیدی تفاضلی، S شکل و Z شکل بهترین تابع عضویت شناسایی و با استفاده از روش خوشه‌بندی فازی کاهشی^۴ مدل‌سازی انجام شد.

جمع‌آوری داده‌های آزمایشگاهی

داده‌های استفاده‌شده در این پژوهش مربوط به آزمایش‌های انجام‌شده روی مدل هیدرولیکی سرریز سد کلاید دم است که در آزمایشگاه مکانیک سیالات مهندسی عمران در دانشگاه کنتربری^۵ در نیوزیلند قرار دارد. مدل این سد با مقیاس ۱:۱۵ ساخته شده است. ساختمان این مدل، از یک فلوم تشکیل شده است که ۳/۶ متر طول و ۰/۲۵ متر عرض دارد و شیب سرریز آن ۵۲/۳۳ درجه است. از دو نوع هواده در ساخت این مدل استفاده شده است؛ که در نوع اول آن از افست با ۳۰ میلی متر ارتفاع و رمپ با زاویه ۵/۷ درجه، ارتفاع ۳۰ میلی‌متر و طول ۳۰۰ میلی‌متر و در نوع دوم افست با ارتفاع ۳۰ میلی‌متر و بدون رمپ استفاده شده است. این آزمایش‌ها شامل ۹۱۴ داده می‌باشد (چانسون، ۱۹۸۸). تعداد ۱۲ داده نیز که مربوط به آزمایش‌های صورت گرفته توسط مرکز تحقیقات آب تهران روی مدل هیدرولیکی سد مخزنی آزاد است جمع‌آوری گردید. سد مخزنی آزاد روی رودخانه چم گوره از شاخه‌های اصلی رودخانه سیروان در غرب استان کردستان منطقه میروان اجرا شده است. مدل هیدرولیکی این سد توسط موسسه تحقیقات آب، با مقیاس ۱:۳۳/۳۳ ساخته شده است. برای اجرای مدل تمام اجزای سرریز از جنس شفاف پلگسی گلاس و دو پایه از جنس چوب با پوشش رنگ روغن استفاده گردیده است. دو سیستم هواده مشابه در فواصل ۱۶۵ متر و ۲۱۰ متر اجرا شده است. ارتفاع رمپ به کاررفته ۰/۵ متر و دارای زاویه ۷ درجه می‌باشد. رمپ دارای طول افقی ۳/۷۵ متر است. در این پژوهش پارامترهای h_0 (عمق جریان در ابتدای سیستم هواده)، Q_{water} (دبی جریان عبوری از سرریز)، s (ارتفاع پله)، α (زاویه رمپ) و h_s (اختلاف فشار بین اتمسفر و فشار زیر جت جریان عبوری از روی سیستم هواده) به عنوان عوامل مؤثر بر میزان جریان هوای مورد نیاز هواده در نظر گرفته شدند و مدل‌های پیشنهادی در این تحقیق بر مبنای این پارامترها ساخته شدند. در جدول (۱) خلاصه‌ای از داده‌های استفاده‌شده در این تحقیق آورده شده است.

تغییر پارامترهای پردازشگرهای شبکه عصبی به صورت نشان داده‌شده در زیر می‌باشد:

$$x_{k+1} = x_k - [H + \eta I]^{-1} J^T e(t) \quad (7)$$

در رابطه‌ی بالا k : شمارنده تکرار یادگیری، x_k : معرف بردار وزن‌ها و بایاس‌ها، g_k : گرادیان میزان فعلی، η : نرخ آموزش، H : ماتریس هسین و t : ماتریس ژاکوبین و $e(t)$ بیانگر بردار خطا است. در این الگوریتم اگر خطا نسبت به تکرار قبلی الگوریتم افزایش یابد، نرخ یادگیری افزایش خواهد یافت تا تأثیر مشتق اول نسبت به مشتق دوم افزایش یابد. در غیر این صورت در صورت کاهش خطا نسبت به تکرار پیشین الگوریتم، مقدار نرخ یادگیری کاهش داده می‌شود تا تأثیر مشتق دوم افزایش یابد. نکته قابل‌توجه در الگوریتم لونبرگ-مارکوارد استفاده از مشتقات دوم بدون محاسبه مستقیم ماتریس هسین است. ماتریس مشتقات دوم و گرادیان را می‌توان به صورت $H = J^T J$ ، $g = J^T e(t)$ تخمین زد.

روش ترکیبی فازی-عصبی (انفیس)

منطق فازی اولین بار توسط لطفی زاده (۱۹۶۵) مطرح شد. ریاضیات فازی از توانایی انسان برای درک مفاهیم مبهمی ناشی شده که قابلیت ارائه و آنالیز با ریاضیات کلاسیک را ندارند (لی و هوپس^۱، ۱۹۹۶). برای کلماتی از قبیل خوب، بد، کوتاه، بلند، پیر، جوان و غیره نمی‌توان مرز مشخصی یافت؛ اما در بسیاری از علوم مانند ریاضیات فرض بر این است که مرزها و محدوده‌ها دقیقاً تعریف شده است (عطایی، ۱۳۸۹). بر خلاف مجموعه‌های کلاسیک، یک مجموعه‌ی فازی همان‌طور که از نامش بر می‌آید، مجموعه‌هایی با مرزهای نامشخص است. در واقع در این مجموعه‌ها انتقال از شمول به عدم شمول به صورت تدریجی صورت می‌گیرد. این انتقال تدریجی توسط تابع عضویت صورت می‌گیرد. تابع عضویت، درجه عضویت بخش‌های مختلف را به یک مجموعه نشان می‌دهد و مقداری بین صفر و یک را می‌گیرد (گوهری و اژدری مقدم، ۱۳۹۰). سیستم استنتاج فازی بر اساس قواعد اگر آنگاه بنا نهاده شده است، به طوری که با استفاده از قواعد مزبور می‌توان ارتباط بین تعدادی متغیر ورودی و خروجی را به دست آورد. از این سیستم می‌توان به عنوان یک مدل پیش‌بینی برای شرایطی که داده‌های ورودی و یا خروجی دارای عدم قطعیت بالایی باشند استفاده نمود. مراحل مدل‌سازی فازی عبارت است از: تعیین توابع عضویت، تعیین سیستم استنتاج بر اساس داده‌ها، نوشتن قواعد استنتاج و ترکیب آن‌ها و به دست آوردن نتیجه و در صورت نیاز غیر فازی سازی. منطق فازی این مسئله را دارد که گاهی تشخیص تابع عضویت سیستم مشکل است. برای رفع این مشکل، جانگ^۲ (۱۹۹۳) یکی از متداول‌ترین مدل‌های ترکیبی

3-Sugeno

4-Subtractive Clustering

5-Canterbury

1-Lee and Hoops

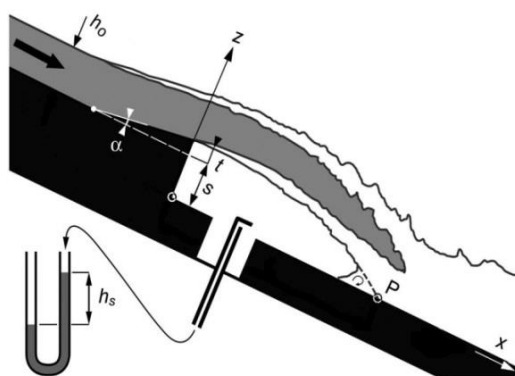
2-Jang

مهدوی میمند و احدیان: مقایسه روش‌های آماری، تجربی، شبکه عصبی و ترکیبی...

جدول ۱- مشخصات آماری مربوط به داده‌های استفاده شده

پارامترهای اندازه‌گیری شده	حداکثر	حداقل	مقدار متوسط	انحراف معیار
دبی هوا (مترمکعب بر ثانیه)	۰/۱۸۰۶	۰	۰/۰۴۳	۰/۰۴۵
عمق جریان در ابتدای هواده (متر)	۰/۲۲۲	۰/۰۲۲۷	۰/۰۵۴۸	۰/۰۲۶
دبی جریان (مترمکعب بر ثانیه)	۰/۳۷۵	۰/۰۱۳۱	۰/۰۹۱	۰/۰۳۹۹
اختلاف فشار زیر جت جریان با اتمسفر (پاسکال)	۱۷۶۱/۷۸	-۴۸/۴۵	۹۹/۴	۱۴۶/۳۱
ارتفاع پله (متر)	۰/۱۸۹۶	۰/۰۳	۰/۰۳۲	۰/۰۱۷
زاویه رمپ (درجه)			۵/۷، ۷	

در شکل (۳) این پارامترها به صورت شماتیک نشان داده شده‌اند.



شکل ۳- نمایش پارامترهای موثر در میزان جریان هوای مورد نیاز هواده سرریز

جدول ۲- نتایج رگرسیون گام به گام در برآورد جریان هوای مورد نیاز هواده سرریز

گام	خطای		ضرایب رگرسیونی					
	میانگین ریشه مربعات (آموزش)	میانگین ریشه مربعات (آزمون)	ارتفاع پله	عمق جریان (متر)	دبی جریان (m ³ /s)	زاویه رمپ	اختلاف فشار (پاسکال)	ثابت رگرسیونی
۱	۰/۰۳۶	۰/۰۷۳۷	-۰/۰۰۰۱۱	۰/۰۵۴۴
۲	۰/۰۳۴۷	۰/۰۶۸۷	.	.	.	۰/۰۴۴۳	-۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۵۳
۳	۰/۰۳۴	۰/۰۶۹۲	.	.	۰/۲۱۲	۰/۰۰۴۱۷	-۰/۰۰۰۱۱	۰/۰۱۸۶۲
۴	۰/۰۳۱۲	۰/۰۶۳۱	.	-۰/۹۱۲	۰/۶۲۷	۰/۰۰۶۱۲	-۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۲۳۶۹
۵	۰/۰۳	۰/۰۵۹۶	-۰/۵۸۴	-۱/۰۰۸	۰/۷۳۶	۰/۰۰۶۶۶	-۰/۰۰۰۱۳	۰/۰۳۶۲۷

جدول ۳- نتایج خطای روش‌های مختلف در برآورد جریان هواده سرریز برای داده‌های آموزش (۸۰ درصد)

روش برآورد	معیارهای خطا		ضریب همبستگی	پارامترهای ورودی
	ریشه میانگین مربعات	خطای استاندارد		
انفیس	۰/۰۰۷۵	۰/۱۱۱	۰/۹۸	$Q_{water}, h_0, h_s, \alpha, s$
شبکه عصبی	۰/۰۱۳۲	۰/۲۲۳	۰/۹۳۵	$Q_{water}, h_0, h_s, \alpha, s$
رگرسیون گام به گام	۰/۰۳۰۳	۰/۵۹۵	۰/۶۰۹	$Q_{water}, h_0, h_s, \alpha, s$
رابطه فیشر	۱/۱۶۴	۱۲/۳۵	۰/۲۲۲	Q_{water}, h_0, α

نتایج و بحث

روش‌های استفاده شده در این پژوهش، در جدول (۳) نتایج حاصل از مدل‌سازی برای داده‌های آموزش آورده شده است.

هر مدلی که دارای بیش‌ترین ضریب همبستگی (R) و کمترین ریشه میانگین مربعات خطا و خطای استاندارد باشد، عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. در بین روش‌های استفاده شده در این پژوهش در مرحله آموزش، روش انفیس با کمترین ریشه میانگین مربعات خطا (۰/۰۰۷۵) و خطای استاندارد (۰/۱۱۱) و بیش‌ترین ضریب همبستگی (۰/۹۸) بهترین عملکرد را دارد. روش تجربی فیشر در این مرحله با ریشه میانگین مربعات خطای ۱/۱۶۴ ضعیف‌ترین عملکرد را داشت که نشان می‌دهد این رابطه با خطای زیادی جریان هوا را برآورد می‌نماید. تابع عضویت مربوط به نتایج ارائه شده برای روش انفیس ذوزنقه‌ای می‌باشد که بهترین عملکرد را در بین سایر تابع‌های عضویت دارا بود. برای مقایسه دقیق‌تر روش‌های پیشنهادی در جدول (۴) نتایج حاصل از عملکرد این روش‌ها روی داده‌های آزمون آورده شده است.

نتایج جدول (۴) بیانگر عملکرد مطلوب‌تر روش انفیس نسبت به سایر روش‌ها است. این روش با داشتن کمترین ریشه میانگین مربعات خطا (۰/۱۹۴) و خطای استاندارد (۰/۱۴۴) و بیش‌ترین ضریب همبستگی (۰/۹۶۸) بهترین عملکرد را نسبت به سایر روش‌ها دارد. پس از روش انفیس، روش‌های شبکه عصبی (مبتنی بر آموزش لونبرگ-مارکواد) و رگرسیون گام به گام به ترتیب با داشتن ریشه میانگین مربعات خطای ۰/۰۵۳۸ و ۰/۰۵۹۶ قرار می‌گیرند. روش تجربی فیشر با بیش‌ترین ریشه میانگین مربعات خطا (۱/۹۸) و خطای استاندارد (۹/۲۳۲) و کمترین ضریب همبستگی (۰/۳۳) ضعیف‌ترین عملکرد را دارد. برای بررسی بیش شبیه‌ساز بودن یا کم شبیه‌ساز بودن مدل‌های پیشنهادی در این تحقیق، نتایج مجموع خطای مطلق (تفاوت بین مقادیر اندازه‌گیری شده و برآورد شده) روش‌های استفاده شده در جدول (۵) آورده شده است.

مدل‌سازی روش‌های یاد شده در این پژوهش بر مبنای ۹۱۴ داده مربوط به آزمایش‌های انجام‌شده روی مدل هیدرولیکی سرریز سد کلاید دم و ۱۲ داده مربوط به آزمایش‌های انجام‌شده توسط مرکز تحقیقات آب تهران روی مدل هیدرولیکی سد مخزنی آزاد صورت گرفت. برای انجام مدل‌سازی، در ابتدا ۲۰ درصد داده‌ها برای آزمون مدل به صورت کاملاً تصادفی کنار گذاشته شدند و مدل‌سازی بر اساس باقی‌مانده‌ی داده‌ها صورت گرفت. پس از مدل‌سازی، دبی مورد نیاز هواده با استفاده از مدل‌های ارائه شده برآورد شد. برای مقایسه روش‌های مختلف از آزمون‌های آماری ریشه میانگین مربعات خطا، خطای استاندارد و ضریب همبستگی استفاده شد. در روش رگرسیون گام به گام، مقدار α برای آزمون F ، ۰/۰۵ در نظر گرفته شد. در جدول (۲) نتایج حاصل از رگرسیون گام به گام آورده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که پارامتر اختلاف فشار بین اتمسفر و فشار زیر جت جریان عبوری از روی سیستم هواده (h_s) بیش‌ترین تأثیر را در مدل‌سازی با استفاده از روش رگرسیون خطی چند متغیره دارد و کمترین تأثیر مربوط به پارامتر ارتفاع پله (s) است. در گام دوم با اضافه شدن زاویه رمپ مقدار ریشه میانگین مربعات خطا کاهش یافته است (۰/۰۶۸۷)؛ اما، در گام سوم با اضافه شدن دبی جریان به مدل میزان خطا، ریشه میانگین مربعات خطا (۰/۰۶۹۲) افزایش یافته است. علت این است که این نتایج مربوط به داده‌های آزمون است و این داده‌ها در مدل‌سازی استفاده نشدند؛ اما برای داده‌های آموزش میزان خطا با اضافه شدن هر پارامتر به صورت نزولی کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که همگی پارامترها در مدل‌سازی مؤثر هستند و با در نظر گرفتن همگی آن‌ها میزان خطا کاهش پیدا می‌کند. برای مشاهده عملکرد دیگر

جدول ۴- نتایج خطای روش‌های مختلف در برآورد جریان هواده سرریز برای داده‌های آزمون (۲۰ درصد)

روش برآورد	معیارهای خطا		ضریب همبستگی	پارامترهای ورودی
	ریشه میانگین مربعات خطا	خطای استاندارد		
انفیس	۰/۱۹۴	۰/۱۴۴	۰/۹۶۸	Qwater, h_0 , h_s , α , s
شبکه عصبی	۰/۰۵۳۸	۰/۵۰۴	۰/۷۷۶	Qwater, h_0 , h_s , α , s
رگرسیون گام به گام	۰/۰۵۹۶	۰/۵۶۷	۰/۶۳	Qwater, h_0 , h_s , α , s
رابطه فیشر	۱/۹۸	۹/۲۳۲	۰/۳۳	Qwater, h_0 , α

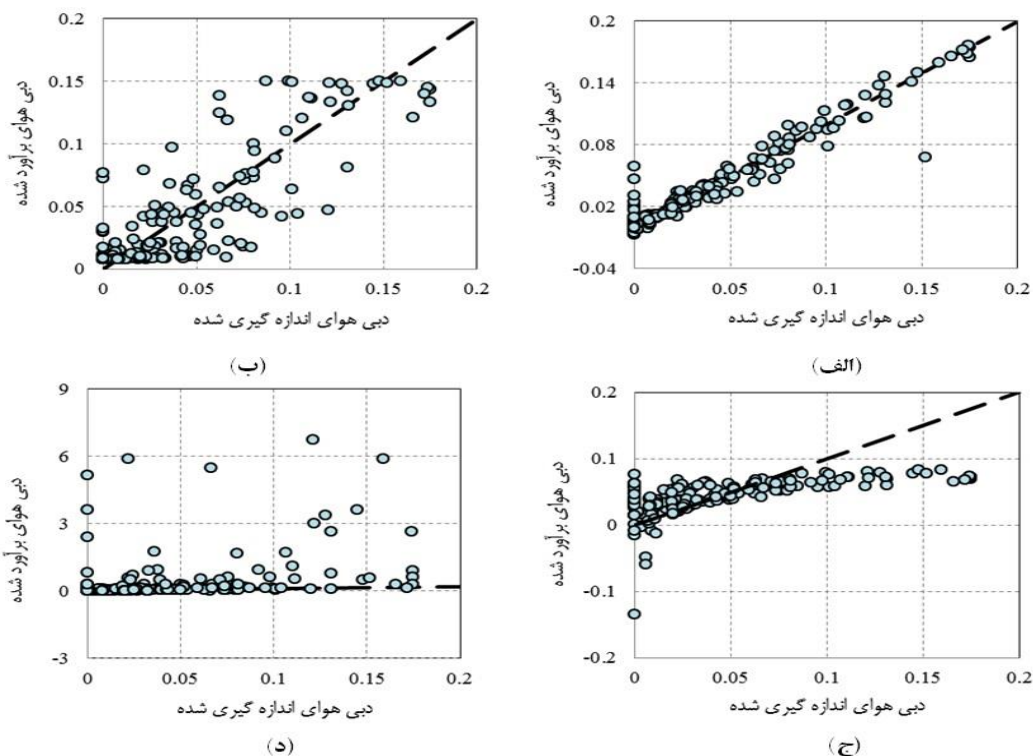
جدول ۵- جمع خطای روش‌های مختلف مدل‌سازی جریان هواده سرریز برای داده‌های آزمون

روش	رابطه فیشر	رگرسیون گام به گام	شبکه عصبی	انفیس
جمع خطای مطلق	-۷۱/۱۲	۰/۲۳۴	۰/۴۰۷	۰/۰۰۲۷

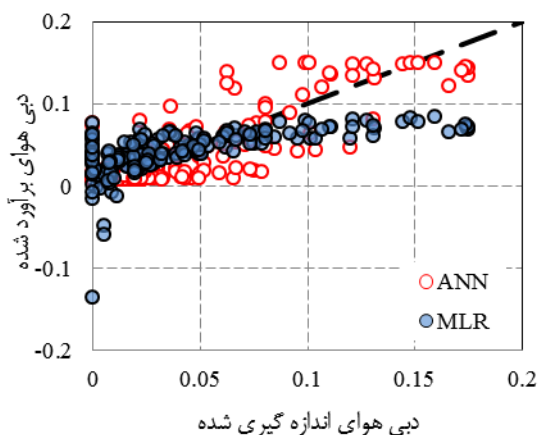
مختصات می‌باشد که با محورهای عمودی و افق زاویه ۴۵ درجه می‌سازد. هر چه نقاط به این خط نزدیک‌تر باشند، مدل استفاده‌شده عملکرد بهتری دارد. با توجه به این نمودارها مشخص است که نقاط در روش انفیس نسبت به سایر روش‌ها به خط ۴۵ درجه نزدیک‌تر هستند که نشان‌دهنده عملکرد مطلوب این روش نسبت به دیگر روش‌ها است. قرارگیری اکثر نقاط نزدیک خط ۴۵ درجه در این روش، بیانگر بی‌تفاوت بودن در کم شبیه‌ساز یا بیش شبیه‌ساز بودن است. نمودارهای روش‌های شبکه عصبی نشان می‌دهد که نقاط تقریباً به صورت مساوی در بالا و پایین خط ۴۵ درجه قرار گرفته‌اند که عملکرد مطلوب این روش و همچنین به تفاوت بودن نسبت به کم یا بیش شبیه‌ساز این روش را نشان می‌دهد. در نمودار روش رگرسیون گام به گام تقریباً نقاط هم در بالا و هم در پایین خط ۴۵ درجه قرار گرفته‌اند که نشان می‌دهد این روش نیز به تفاوت در کم شبیه‌ساز یا بیش شبیه‌ساز بودن جریان هواست. اکثر نقاط در نمودار روش تجربی فیشر، بالای خط ۴۵ درجه قرار گرفته‌اند که نشان‌دهنده عملکرد ضعیف و بیش شبیه‌ساز بودن این روش است. جهت مشاهده عملکرد روش‌های شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام نسبت به هم نمودار پراکنش این دو روش در یک دستگاه مختصات در شکل (۵) رسم شده است.

اگر مجموع خطای مطلق از صفر بیشتر باشد، نشان‌دهنده کم شبیه‌ساز بودن مدل و در صورتی که کوچک‌تر از صفر باشد نشان‌دهنده بیش شبیه‌ساز بودن مدل استفاده شده است. با توجه به نتایج جدول (۵)، مجموع خطای مطلق روش انفیس نزدیک صفر است که نشان‌دهنده بی‌تفاوت بودن این روش در کم شبیه‌ساز یا بیش شبیه‌ساز بودن است. روش‌های شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام با مثبت بودن جمع خطای مطلق، کم شبیه‌ساز هستند. مجموع خطای مطلق روش تجربی فیشر در حدود ۷۱/۱۲- است که نشان‌دهنده بیش شبیه‌ساز بودن این مدل است. با توجه به اختلاف زیاد بین جمع خطای روش‌های شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام با روش تجربی فیشر، می‌توان این دو روش را نیز بی‌تفاوت در کم شبیه‌ساز یا بیش شبیه‌ساز بودن در نظر گرفت. به منظور تحلیل روش‌های مختلف می‌توان از نمودار پراکنش نیز بهره گرفت. در شکل (۴) نمودار پراکنش روش‌های استفاده شده در این پژوهش برای داده‌های آزمون (تست) رسم شده است.

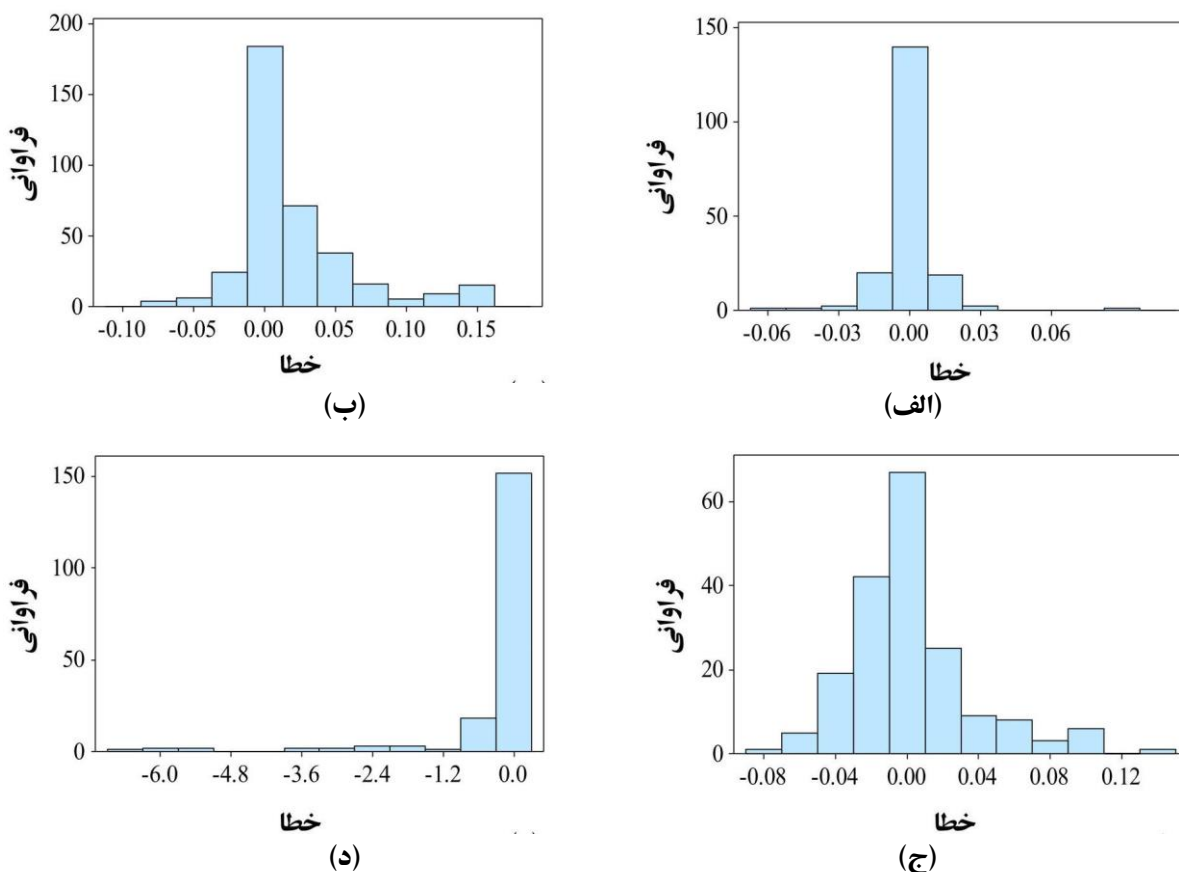
در تمامی این نمودارها محور افقی مقدار دبی هوای اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه با استفاده از مدل هیدرولیکی و محور عمودی میزان دبی هوای برآورد شده با استفاده از مدل‌های پیشنهادی در این تحقیق می‌باشد. خط رسم شده نیم‌ساز دستگاه



شکل ۴- نمودار پراکنش جریان هوای اندازه‌گیری شده در برابر جریان هوای برآورد شده: (الف) انفیس، (ب) شبکه عصبی، (ج) رگرسیون گام به گام، (د) روش تجربی فیشر



شکل ۵- پراکنش جریان هوای اندازه‌گیری در مقابل جریان هوای برآورد شده در روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون گام به گام



شکل ۶- هیستوگرام فراوانی باقیمانده خطای مطلق به دست آمده از روش‌های مورد بررسی: الف) عصبی - فازی، ب) شبکه عصبی، ج) رگرسیون گام به گام، د) روش تجربی فیشر

روش شبکه عصبی در بالای خط ۴۵ درجه قرار دارند. شکل (۵) نشان می‌دهد که با گرفتن میانگین حسابی از میزان هوای برآورد شده به وسیله‌ی دو روش شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام، نقاط به خط ۴۵ درجه نزدیک‌تر می‌شوند و عملکرد مدل جدید افزایش پیدا می‌کند. با گرفتن میانگین، ریشه میانگین مربعات

نکته قابل توجهی که در نمودارهای رگرسیون گام به گام و شبکه عصبی وجود دارد این است که در روش رگرسیون گام به گام مکان‌هایی که اکثر نقاط بالای خط ۴۵ درجه قرار دارند، در روش شبکه عصبی زیر خط ۴۵ درجه قرار گرفته‌اند و اکثر نقاطی که در روش رگرسیون گام به گام زیر خط ۴۵ درجه قرار می‌گیرند در

روش تجربی فیشر استفاده شد. به منظور مدل‌سازی از ۹۱۴ داده مربوط به آزمایش‌های انجام‌شده روی مدل هیدرولیکی سرریز سد کلاید دم و ۱۲ داده مربوط به آزمایش‌های صورت گرفته توسط مرکز تحقیقات آب تهران روی مدل هیدرولیکی سد مخزنی آزاد استفاده شد. پس از برآورد دبی هوا با استفاده از روش‌های یاد شده خطای روش‌های مختلف محاسبه گردید. نتایج نشان از برتری روش انفیس نسبت به سایر روش‌های استفاده‌شده در این تحقیق دارد. این روش نسبت به کم شبیه‌ساز یا بیش شبیه‌ساز بود بی‌تفاوت است. پس از روش انفیس به ترتیب روش‌های شبکه عصبی (مبتنی بر الگوریتم لونیبرگ-مارکواد)، رگرسیون گام به گام و تجربی فیشر قرار گرفتند. روش تجربی فیشر در این بین ضعیف‌ترین عملکرد را دارد و مقدار دبی هوا را بیشتر از مقدار واقعی برآورد می‌نماید. روش‌های شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام نیز کم شبیه‌ساز هستند اما با توجه به کم بودن میزان جمع خطا می‌توان آن‌ها را بی‌تفاوت در نظر گرفت. همچنین نتایج نشان داد چنانچه از مدل‌های شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام میانگین حسابی گرفته شود، مدل جدید، با ریشه میانگین مربعات خطا، خطای استاندارد و ضریب همبستگی به ترتیب ۰/۰۴۳، ۰/۴۱۷ و ۰/۸۴ عملکرد مطلوب‌تری نسبت به دو روش ذکر شده خواهد داشت.

قدردانی

از مرکز تحقیقات آب تهران به واسطه‌ی در اختیار گذاشتن گزارش آزمایش‌های انجام شده روی مدل هیدرولیکی سد مخزنی آزاد و همکاری‌های صورت گرفته تشکر و قدردانی می‌شود.

منابع

- ۱- نیرومند، ح. ۱۳۸۴. تحلیل رگرسیون. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۴۰۴ صفحه.
- ۲- دهدار بهبهانی، ص.، فتحی مقدم، م.، حسینی، ح. و ش. فاضلی‌پور. ۱۳۹۰. بررسی پدیده کاویتاسیون در طول پرتابه جامی شکل سرریز سد بالا رود با استفاده از مدل Flow 3D. دهمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه گیلان.
- ۳- ذونعمت کرمانی، م. و ا. مهدوی میمند. ۱۳۹۱. مقایسه عملکرد روش‌های تجربی، روش‌های مبتنی بر رگرسیون خطی و هوشمند غیرخطی در شبیه‌سازی میزان هوادهی جریان تخلیه کننده‌های تختانی. یازدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه ارومیه.
- ۴- عطایی، م. ۱۳۸۹. تصمیم‌گیری چند معیاره فازی. چاپ اول، انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود، ۲۳۴ صفحه.
- ۵- کاویانپور، م. ر. و ا. رجبی. ۱۳۸۴. کاربرد شبکه عصبی در بهینه‌سازی هوادهی تخلیه کننده های خروجی. تحقیقات منابع آب ایران، ۱ (۳): ۸-۱.
- ۶- گوهرریزی، ف. و م. اژدری مقدم. ۱۳۹۰. بررسی آسیب ناشی از خللازی با استفاده از منطق فازی. مجله پژوهش آب ایران، ۵ (۸): ۱۱۶-۱۰۷.
- 7- Chanson, H. 1988. Study of air entrainment and aeration devices on spillway model. Graduate Theses and Dissertations, University of Canterbury New Zealand, 111p.

خطا، خطای استاندارد و ضریب همبستگی مدل جدید به ترتیب ۰/۰۴۳، ۰/۴۱۷ و ۰/۸۴ شد که نشان دهنده‌ی کم شدن خطا و افزایش عملکرد، نسبت به دو روش شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام است. روش دیگری که می‌توان از آن در تحلیل نتایج روش‌های مختلف بهره گرفت، رسم نمودار هیستوگرام توزیع فراوانی خطای مطلق است. این نمودارها در شکل (۶) رسم شده‌اند.

هرچه نمودار هیستوگرام فراوانی خطای مربوط به یک روش مدل‌سازی به توزیع نرمال شبیه‌تر باشد، عملکرد مطلوب‌تر روش مورد استفاده را نشان می‌دهد. با توجه به نمودارهای شکل (۶) می‌توان انحراف به چپ روش تجربی فیشر را مشاهده نمود که بیانگر بیش شبیه‌ساز بودن این روش است. نمودار روش انفیس به توزیع نرمال نزدیک است و فراوانی خطا، بیشتر از محدوده‌ی صفر محور خطا تجمع دارد. این نمودار متقارن است و نشان می‌دهد این روش عملکرد مطلوبی در برآورد جریان هوای مورد نیاز هواده دارد. هیستوگرام روش‌های شبکه عصبی و رگرسیون گام به گام نیز به توزیع نرمال نزدیک هستند که نشان دهنده‌ی به تفاوت بودن این روش‌ها نسبت به کم شبیه‌ساز یا بیش شبیه‌ساز بودن است.

نتیجه‌گیری

یکی از راه‌های کاهش خسارت ناشی از پدیده کاویتاسیون در سرریزها، هوادهی به جریان است. در طراحی هواده‌ها به منظور هوادهی به جریان عبوری از سرریز، باید میزان هوای مورد نیاز هواده مشخص شود. در این تحقیق به منظور برآورد جریان هوای مورد نیاز هواده سرریز از روش‌های شبکه عصبی مصنوعی (مبتنی بر الگوریتم لونیبرگ-مارکواد)، انفیس، رگرسیون گام به گام و

- 8- Colgate, D. and R. Elder. 1961. Design considerations regarding cavitation in hydraulic structures. Tenth Hydraulics Division Conference, American Society of Civil Engineers, Urbana, IL.
- 9- Fadaei Kermani, E., Barani, G. A. and M. Ghaeini-Hessaroeeyeh. 2013. Investigation of cavitation damage levels on spillways. *World Applied Sciences Journal*, 21(1): 73-78.
- 10-Falvey, H. T. 1990. Cavitation in Ccutes and spillways. Engineering Monograph 42, US Bureau of Reclamation, Denver, Colorado. 145P.
- 11-Jain, W. and L. Chao. 2011. Effects of entrained air manner on cavitation damage. *Journal of Hydrodynamics*, 23(3): 333-338.
- 12-Jang J. S. R. 1993. ANFIS: Adaptive-Network Based Fuzzy Inference System. *IEEE Transactions on systems, Man, Cybernetic*, 23 (3): 665-685.
- 13-Kokpinar, M. A. and M. Gogus. 2002. High-speed jet flows over spillway aerators. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29(6): 885-898.
- 14-Lee, W. and J. A. Hoops. 1996. Prediction of cavitation damage for spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 122(9): 481-488.
- 15-Lotfi Zadeh, A. 1965 .Fuzzy sets. *Information and Control*, 8: 338-353.
- 16-Mc Culloch, W. S. and W. A. Pitts. 1943. Logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5: 115–133.
- 17-Najafi, M. R. Kavianpour, Z., Najafi, B., Kavianpour M. R. and H. Moradkhani. 2012. Air demand in gated tunnels – a Bayesian approach to merge various predictions. *Journal of Hydroinformatics*, 14(1): 152-166.
- 18-Peterka, A. J. 1953. The effect of entrained air on cavitation pitting. *Proceedings of Minnesota International Hydraulic Convention, IAHR/ASCE, Minneapolis, USA*, pp: 507-518.
- 19-Pfister, M. 2011. Chute aerators: steep deflectors and cavity sub-pressure. *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(10): 1208-1215.
- 20-Pfister, M. and W. H. Hager. 2010. Chute aerators II: Hydraulic design. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(6): 360–367.