

## ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای در برآورد تبخیر از تشت

مجید جعفری<sup>۱\*</sup> و یعقوب دین پژوه<sup>۲</sup>

۱- نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز.

۲- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز.

تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۹

تاریخ دریافت: ۹۴/۷/۲۱

### چکیده

یکی از پارامترهای مهم در برنامه‌ریزی و بهره‌برداری از مخازن و طراحی سامانه‌های آبیاری، تبخیر و تعرق می‌باشد. اهمیت کاربردی تخمین هرچه دقیق تبخیر از یک سو و پیچیدگی رابطه علت و معلولی پدیده از سوی دیگر، ضرورت استفاده از روش‌های جدید داده کاوی را نشان می‌دهد. در این مطالعه امکان شیوه‌سازی تبخیر از تشت در ایستگاه تبریز با استفاده از مدل‌های رگرسیون چندمتغیره بررسی شد. داده‌های هواشناسی شامل حداقل دمای هوا، نقطه شنبن، حداکثر و حداقل رطوبت نسبی، تعداد ساعات آفتابی و سرعت روزانه باد سال‌های ۹۱-۱۳۷۱ ایستگاه سینوپتیک تبریز استفاده شدند. مدل‌های مختلف رگرسیونی چندگانه خطی و غیر خطی برای ایستگاه تبریز بسط داده شدند. مدل منتخب رگرسیون چندگانه خطی توسط روش رگرسیون تیغه‌ای مورد آزمون قرار گرفت تا چند همخطی بین ورودی‌ها در مدل لحاظ شود. مقادیر ضریب تورم واریانس برای یکایک متغیرها محاسبه شد. نتایج نشان داد که همه ضریب تورم واریانس‌ها دارای مقدار کمتر از ۱۰ بودند. افزون بر این، نسبت  $\lambda_{\min} / \lambda_{\max}$  برای مدل منتخب با دو متغیر حداقل دمای هوا و تعداد ساعات آفتابی، برابر با  $3/34$  بود. بنابراین چند همخطی در مدل رگرسیون چندگانه خطی، منتخب مشاهده نشد. آماره دوربین واتسون نیز برای مدل منتخب برابر  $1/45$  بود. آمد که نشانگر قابل اعتماد بودن مدل رگرسیونی چندگانه خطی منتخب می‌باشد. مقادیر  $R^2$  برای مدل‌های منتخب به ترتیب برابر  $2/45$  میلی متر بر روز و  $67/6$  میلی متر بر روز و  $58/2$  میلی متر بر روز و  $65/6$  برای رگرسیون چندگانه غیرخطی بود. آمد که این نتیجه نشانگر توانایی روش‌های رگرسیونی در تخمین تبخیر از تشت در ایستگاه تبریز می‌باشد.

**کلید واژه‌ها:** تبریز، تبخیر، چند همخطی، رگرسیون تیغه‌ای، مدل‌های رگرسیونی.

## Evaluation of Multiple Ridge Regression Model to Estimation of Pan Evaporation

M. Jafari<sup>1\*</sup> and Y. Dinpasho<sup>2</sup>

1\*- Corresponding Author, Msc Student, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Iran.

2 – Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Iran.

Received: 13 October 2015

Accepted: 30 December 2015

### Abstract

Evapotranspiration is one of the most important parameters in the Planning and operation of reservoirs, designing of irrigation systems. The practical importance of accurate estimates of evaporation and the complexity of effect phenomenon, shows the use of new methods of data mining. In this study, the simulation of pan evaporation in Tabriz station using multiple regression models were investigated. Meteorological data, including maximum and minimum air temperature, dew point, maximum and minimum air relative humidity, number of sunshine hours and Daily wind speed during (1992-2012) were used in synoptic Tabriz stations. Various models of multiple linear regression and nonlinear one were derived for Tabriz station. The selected multiple linear regression model were tested by Ridge Regression method to be considered multi-collinearity among inputs in the model. Variance inflation factor, values for each variable were calculated. The results showed that all Variance inflation factor, s had the value less than 10. In

addition, the ratio  $\lambda_{\max} / \lambda_{\min}$  for two-variable selected model was 3.34. Therefore, there was no multi-collinearity in the selected multiple linear regression model f (Tmin, n). Durbin-Watson statistic for the selected model was 1.45 that shows the reliability of the selected multiple linear regression model. RMSE and R<sup>2</sup> values of the selected models (multiple linear regression and Non-Linear Regression) was calculated as 2.45 and 0.67 and 2.58 and 0.65, respectively. This results demonstrate the ability of regression techniques to estimate Pan evaporation in Tabriz station.

**Keywords:** Tabriz, Evaporation, Multi-collinearity, Ridge regression, Regression models.

داشتند. آلمیدیج<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۲) پیش بینی تبخیر روزانه و ماهانه را در کویت توسط مدل رگرسیون خطی انجام داد. برای این کار پارامترهای دما، رطوبت نسبی هوا و سرعت باد در بازه زمانی ۱۷ ساله (از ژانویه ۱۹۹۳ تا دسامبر ۲۰۰۹) در یک منطقه بیابانی بکار برده شدند. درنهایت رابطه بین تبخیر با دما و رطوبت نسبی هوا بصورت خطی ایجاد شد. نتایج نشان داد که مدل ایجاد شده با این پارامترها همیستگی بسیار بالایی با داده‌های مشاهداتی دارد. لذلی چندگانه خطی مدل‌سازی کردند. داده‌های به کار رفته شامل و همکاران<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۲) تبخیر- تعرق روزانه در منطقه مدیترانه‌ای کشور الجزایر را توسط روش‌های سیستم فازی<sup>۱۶</sup> و رگرسیون چندگانه خطی مدل‌سازی کردند. داده‌های به کار رفته شامل میانگین رطوبت نسبی روزانه، ساعت‌آفتابی، حداقل، حداقل و میانگین دمای هوا و سرعت باد بودند. نتایج بدست آمده نشان داد که عملکرد هر دو مدل در پیش بینی تبخیر - تعرق قابل قبول است. مالیک و همکاران<sup>۱۷</sup> (۲۰۱۳) و کیشی<sup>۱۸</sup> (۲۰۰۹)، برای برآورد تبخیر از تشت از روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون چندگانه خطی استفاده کردند. نتایج این دو مطالعه نشان دهنده کارایی خوب مدل رگرسیون چندگانه خطی بوده است. مالیک و کومار<sup>۱۹</sup> (۲۰۱۵) تبخیر روزانه از تشت را توسط روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون چندگانه خطی در منطقه پانتاگار (هند) شبیه‌سازی کردند. مقایسه‌های انجام شده توسط معیارهای ارزیابی R<sup>2</sup> و RMSE نشان دهنده کارایی بهتر روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون چندگانه خطی بود. اسکافی نوغانی و همکاران<sup>۲۰</sup> (۱۳۸۷) از روش رگرسیون چندگانه خطی با استفاده از پارامترهای هواشناسی، مقدار تبخیر را برآورد و با مقادیر اندازه‌گیری شده از تشتک تبخیر مقایسه کردند و منطقه مورد مطالعه ایشان حوضه گرگان رود بود. نتایج نشان داد که خروجی روش رگرسیون چندگانه خطی در این حوضه با مقادیر اندازه‌گیری شده تقریباً برابر بوده و بنابراین مدل دقت مناسب تبخیر را تخمین زد.

#### مقدمه

تبخیر یکی از مولفه‌های اصلی چرخه‌ی هیدرولوژی و توازن آب در طبیعت و زیست‌بوم‌های کشاورزی است. همواره مفاهیم آماری به عنوان یک اصل زیربنایی در تحلیل بسیاری از مسایل پیچیده تصمیم‌گیری کاملاً پذیرفته شده است. یکی از روش‌های آماری، روش‌های رگرسیونی چند متغیره خطی<sup>۱</sup> و غیر خطی<sup>۲</sup> است. هدف این‌گونه مسایل در شکل کلی آن پیدا کردن ارتباط بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل است. در پدیده‌ی تبخیر، عوامل متعددی دخالت دارند که از مهم‌ترین آنها می‌توان به دمای هوا، سرعت باد، رطوبت نسبی، تابش خورشیدی و ارتفاع محل اشاره کرد (چاو و همکاران<sup>۳</sup>، ۱۹۸۸). مطالعاتی توسط بروتون و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۰)، شیرسات و سینگ<sup>۵</sup> (۲۰۱۰)، شیرگور<sup>۶</sup> (۲۰۱۱)، گوغاری<sup>۷</sup> (۲۰۱۲) و شیرگوری و راجپوت<sup>۸</sup> (۲۰۱۲) با استفاده از روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون چندگانه خطی انجام گرفت که نشان دهنده نتایج قابل قبول برای هر دو مدل و البته نتایج قابل اعتمادتر در مدل شبکه عصبی مصنوعی می‌باشد. لی و همکاران<sup>۹</sup> (۲۰۱۰) سیستمی با دو سری داده متفاوت برای مقایسه دو روش رگرسیون خطی ساده و رگرسیون خطی تیغه‌ای در ارائه دادند. نتایج نشان دهنده عملکرد بهتر رگرسیون تیغه‌ای در مدل‌سازی با داده‌های دارای چند همخطی نسبت به رگرسیون خطی ساده است. شیرسات و کومار<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۹) تبخیر روزانه از تشت را با روش‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی<sup>۱۱</sup>، رگرسیون چندگانه خطی و مدل‌های پمن، استفن<sup>۱۲</sup> و استوارت<sup>۱۳</sup> پیش‌بینی کردند. نتایج نشان داد که روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون چندگانه خطی در مقایسه با سایر روش‌ها کارایی بهتری

1 - Multiple Linear Regression (MLR)

2 - Non- Linear Regression (NLR)

3 -Chow *et al.*

4 -Bruton *et al.*

5 -Shirsath and Singh

6 -Shirgure

7 -Googhari

8 -Shirgure and Rajput

9 -Li *et al.*

10 -Shirsath and Kumar

11 -Artificial Neural Network

12 -Stephen

13 -Stewart

14 -Almedej

15 -Ladlani *et al.*

16 -Fuzzy

17 -Malik *et al.*

18 -Kisi

19 -Malik and Kumar



**شکل ۱- موقعیت جغرافیایی ایستگاه تبریز**

علامت ستاره موقعیت ایستگاه تبریز را نشان می‌دهد.

## مواد و روش‌ها

تبریز مرکز استان آذربایجان شرقی به عنوان منطقه مورد مطالعه انتخاب شده است. این استان از سمت شمال به جمهوری‌های آذربایجان و ارمنستان، از غرب و جنوب غرب به استان آذربایجان غربی، از شرق به استان اردبیل و از جنوب شرق به استان زنجان محدود شده است. این شهرستان دارای آب و هوای سرد کوهستانی است و کل محدودی استان را کوه‌ها و ارتفاعات تشکیل داده‌اند. مساحت استان آذربایجان شرقی حدود ۴۵,۴۹۱ کیلومتر مربع است که از این جهت، یازدهمین استان بزرگ ایران محسوب می‌شود. این استان محل اتصال دو رشته کوه اصلی البرز و زاگرس است و بلندترین نقطه‌ی آن، قله‌ی کوه سهند است. موقعیت جغرافیایی تبریز در طول جغرافیایی ۴۶ درجه و ۱۷ دقیقه شرقی و عرض جغرافیایی ۳۷ درجه و ۵ دقیقه شمالی و ارتفاع ۱۳۶۴ متری از سطح دریا واقع شده است. دشت تبریز، با مساحت سه هزار هکتاری در استان آذربایجان شرقی بزرگترین دشت موجود در این استان (بعد از دشت‌های مرند و جلفا) می‌باشد. این دشت از شمال به دامنه‌های جنوبی کوه‌های میشو، از جنوب به دامنه‌های شمالی سهند، از شرق به محدوده شهر تبریز و از غرب به اراضی شورهزار مایان و دریاچه ارومیه محدود می‌شود. میزان نزولات جوی در استان به طور متوسط از ۲۵۰ الی ۶۰۰ میلی‌متر در سال در نوسان و تبخیر از تشت نیز حدود ۱۷۰۰ میلی‌متر در سال است. فصول زمستان و بهار، فصول بارندگی منطقه محسوب می‌شوند و بیشترین شدت بارندگی در بهار مشاهده می‌شود. فصل پاییز نیز در رده سوم (از لحظه بارندگی) پس از بهار و زمستان قرار دارد. شکل (۱) موقعیت جغرافیایی شهرستان تبریز را نشان می‌دهد.

شادمانی و معروفی (۱۳۸۸) تبخیر روزانه از تشت را در منطقه کرمان با رگرسیون چندگانه غیرخطی، شبکه عصبی مصنوعی و سیستم استنتاج فازی مدل سازی کردند. نتایج بدست آمده نشان از عملکرد خوب مدل رگرسیون چندگانه غیرخطی در برآورد تبخیر منطقه می‌باشد. روش رگرسیون تیغه‌ای<sup>۱</sup> یکی از قدرتمندترین روش‌ها برای لاحظ نمودن همبستگی بین متغیرهای مختلف پیش‌بینی کننده در مدل سازی رگرسیونی می‌باشد. این روش تاکنون بطور گسترده در مطالعات هیدرولوژی (در ایران) به کار نرفته است. فکری و همکاران<sup>۲</sup> (۱۳۹۰) رگرسیون تیغه‌ای را به عنوان یکی از کاراترین روش‌های مقابله با مشکل همخطی<sup>۳</sup> در داده‌های مربوط به عوامل خطر بیماری‌های قلبی معرفی کردند. همچنین طبری و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۰)، با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون چندگانه غیرخطی تبخیر روزانه از تشت را در استان همدان تخمین زدند. آنها از داده‌های بارندگی، دمای هوا، رطوبت نسبی، تابش خورشیدی و سرعت باد به عنوان ورودی مدل استفاده نمودند. نتایج نشان داد که میزان تبخیر برآورد شده به روش شبکه عصبی مصنوعی دارای خطای کمتر در مقایسه با مدل رگرسیون چندگانه غیرخطی می‌باشد و متغیرهای دما و سرعت باد، بیشترین تأثیر را در برآورد تبخیر از تشت دارند. در مطالعه حاضر، از مدل رگرسیون خطی چندگانه، رگرسیون غیرخطی و رگرسیون تیغه‌ای برای تخمین تبخیر از تشت استفاده شده است. بنابراین، هدف این مطالعه ارزیابی روش‌های رگرسیون چندمتغیره خطی، غیر خطی و رگرسیون تیغه‌ای برای پیش‌بینی تبخیر از تشت ایستگاه تبریز می‌باشد.

1 -Ridge Regression

2 -Multicollinearity

3 -Tabari *et al.*

جعفری و دین پژوه: ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای...

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2)$$

که در آن،  $Z$  متغیر استاندارد شده،  $X$  مقدار متغیر مشاهداتی،  $\mu$  میانگین و  $\sigma$  نیز انحراف معیار داده‌های آن متغیر است.

### مدل رگرسیون خطی چندگانه

ارتباط خطی بین متغیرهای مستقل  $x_1, x_2, \dots, x_n$  و متغیر  $Y$  در مدل رگرسیون چندگانه خطی، به شرح زیر در نظر گرفته شد:

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + e \quad (3)$$

که در آن،  $a_0$  عرض از مبدأ و  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ضرایب رگرسیونی می‌باشد (بالان و همکاران، ۱۹۹۵). مدل رگرسیون چندگانه خطی در حالت ماتریسی به شرح زیر نوشته شد:

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (4)$$

که در آن  $\beta$ : بردار ضرایب رگرسیون،  $\epsilon$ : ماتریس خطای برازش،  $Y$ : بردار نظیر متغیر وابسته و  $X$ : ماتریس متغیرهای مستقل می‌باشد که به شرح زیر تعریف شدند:

$$\begin{aligned} Y &= \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### داده‌های مورد استفاده

در این مطالعه از داده‌های روزانه تبخیر از تشت (E)، دمای حداکثر ( $T_{\max}$ ) و دمای حداقل ( $T_{\min}$ )، رطوبت نسبی حداکثر ( $RH_{\max}$ ) و رطوبت نسبی حداقل ( $RH_{\min}$ )، ساعات آفتابی (n)، سرعت باد (wind) و دمای نقطه شبنم ( $T_{dew}$ ) استفاده شده است. داده‌ها از سازمان آب منطقه‌ای استان آذربایجان شرقی اخذ شده و پس از بررسی اشتراک زمانی داده‌های ثبت شده برای پارامترهای ذکر شده در بالا، سال ۱۳۷۱ به عنوان مبدا مطالعات انتخاب شد. به دلیل فقدان یا گم شدن برخی داده‌ها، از روش رگرسیون خطی ساده ما بین سری زمانی داده‌ها استفاده شد. بعد از تشکیل ماتریس همبستگی، معنی دار بودن ضرایب همبستگی بین ایستگاه‌های مختلف توسط آزمون t در سطح معنی‌داری پنج درصد مورد آزمون واقع شد. سپس مناسب‌ترین همبستگی بین داده‌های ایستگاه تبریز و سایر ایستگاه‌ها در نظر گرفته شد و داده‌های گمشده تخمین زده شد. آماره آزمون t برای بررسی معنی‌دار بودن همبستگی بین متغیرها، به شرح زیر است (میدمنت، ۱۹۹۳):

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (1)$$

که در آن  $r$ : ضریب همبستگی بین دو متغیر و  $n$ : تعداد داده‌ها می‌باشد. اگر قدر مطلق t محاسبه شده بیشتر از مقدار t جدول (جدول t-student با درجه آزادی 2 n-2) و سطح معنی داری  $\alpha/2$  باشد، آنگاه ضریب همبستگی معنی‌دار تلقی می‌گردد. بعد از جائی‌ذاری داده‌های گمشده (برای پارامترهای دما و رطوبت نسبی هوا)، کیفیت داده‌ها کنترل شد. برای این منظور در طول کل دوره آماری نمودار دمای حداکثر و دمای حداقل در نموداری همینطور رطوبت نسبی حداکثر و رطوبت نسبی حداقل در نموداری دیگر رسم شد. در هر نمودار بیشتر بودن سری نظیر حداکثر نسبت به سری حداقل کنترل می‌شد، به عبارت دیگر، از بیشتر بودن مقدار پارامتر حداکثر نسبت به مقدار حداقل در همان روز اطمینان حاصل می‌شد. پس از کنترل کیفی داده‌ها مقادیر تبخیر از تشت بعنوان متغیر وابسته و مقادیر متغیرهای دمای حداکثر و دمای حداقل، رطوبت نسبی حداکثر و رطوبت نسبی حداقل، ساعات آفتابی، سرعت باد و دمای نقطه شبنم بعنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شدند. برای اینکه داده‌ها دارای واحد و دامنه تعريف متفاوتی بودند داده‌های هر سری با رابطه زیر استاندارد شدند:

آن بیشتر از ۱۰ به دست می‌آمد، به عنوان متغیری که باعث چند همخطی می‌شود در نظر گرفته می‌شد (باوکر و لیبرمن، ۱۹۷۲).

۲. مقادیر ویژه (ریشه‌های مشخصه) ماتریس همبستگی، معیاری مناسب برای سنجش چند همخطی هستند. اگر  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  در شکل همبستگی باشد، مقادیر ویژه ماتریس  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  در واقع ریشه‌های معادله رابطه (۸) هستند.

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$|\mathbf{X}'\mathbf{X} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \quad (8)$$

وجود یک یا بیشتر از یک مقدار ویژه نزدیک به صفر بدین معناست که شرط چند همخطی موجود است. اگر  $\lambda_{\max}$  و  $\lambda_{\min}$  معرف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار از بین مقادیر ویژه  $\lambda$  باشند، نسبت  $\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$  به عنوان معیاری مناسب برای  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  سنجش چند همخطی در نظر گرفته شده است. هرچه مقدار این نسبت بیشتر باشد درجه همخطی بیشتر است. به طور کلی، اگر این نسبت کمتر از ۱۰ باشد چند همخطی قابل صرف نظر کردن است (باوکر و لیبرمن، ۱۹۷۲).

### رگرسیون تیغه‌ای

برای لحاظ کردن اثر چند همخطی در مدل‌سازی رگرسیونی روش‌های مختلف پیشنهاد شده است. در این مطالعه به جای استفاده از روش حداقل مربعات، برای تخمین ضرایب مدل از روش رگرسیون تیغه‌ای استفاده شد. در این مدل برای برآورد ضرایب مدل رگرسیون تیغه‌ای رابطه زیر در نظر گرفته شد (لی و همکاران، ۲۰۱۰):

$$\mathbf{B}^*(k) = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (9)$$

که در آن،  $\mathbf{I}$ : ماتریس یکه به ابعاد  $p \times p$  می‌باشد. به طور کلی، برای هر مساله یک مقدار  $k$  بهینه وجود دارد، که ساده ترین روش یافتن آن حل رابطه (۹) به ازای چند مقدار  $k$  واقع در فاصله  $0 \leq k \leq 1$  است. در این مطالعه مقادیر  $(k)$  برای  $k$  در نظر گرفته شد و سپس نمودار مقادیر  $(k)$  به صورت تابعی از  $k$  در یک نمودار رسم شد. این نمودار، مسیر تیغه نامیده می‌شود. مقدار  $k$  چنان برگردیده شد که برآوردهای نسبتاً پایدار برای پارامترها به دست آید. به عبارت بهتر، مقادیر ضرایب با افزایش  $k$  تغییر چندانی نداشته باشد و نمودار ضرایب تقریباً افقی باشد (لی و همکاران، ۲۰۱۰). نحوه استانداردسازی

با حل رابطه بالا بر حسب  $\beta$  خواهیم داشت:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{Y}) \quad (6)$$

که در آن،  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ : ترانهاده ماتریس  $\mathbf{X}$  است. برای محاسبه معکوس ماتریس  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})$ ، لازم است دترمینان عبارت فوق صفر نگردد (خداشناس و همکاران ۱۳۸۷؛ نوری و همکاران ۱۳۸۷). در این مطالعه مدل رگرسیون چندگانه خطی هم برای متغیرهای مشاهداتی و هم برای متغیرهای استاندارد شده بسط داده شد. افزون بر این، برای لحاظ کردن اثر وابستگی متغیرهای مستقل با همدیگر (چند همخطی)، مدل رگرسیون تیغه‌ای نیز به کار برده شد.

### چند همخطی

واقعیت این است که بین متغیرهای مستقل ممکن است وابستگی (همبستگی معنی‌دار) وجود داشته باشد. در این حالت، استفاده از رگرسیون چندگانه خطی بدون در نظر گرفتن اثر مذکور (چند همخطی) می‌تواند گمراه کننده باشد. برای بین به وجود حالت چند همخطی دو روش به شرح زیر استفاده شد:

- استفاده از ضریب تورم واریانس<sup>۱</sup>، که برای مدل با  $p$  متغیر بشرح زیر محاسبه گردید:

$$j=1,2,\dots,p VIF(b_j) = \frac{1}{(1-R_j^2)}, \quad (7)$$

که در آن  $R^2$ : ضریب تعیین ناشی از رگرسیون چندگانه خطی با در نظر گرفتن  $j$  عنوان متغیر وابسته و  $p-1$ : متغیر دیگر به عنوان متغیرهای مستقل می‌باشد. به تعداد متغیرها ( $P$ ) ضریب تورم واریانس محاسبه گردید و در حقیقت ضرایب تورم واریانس‌ها عناصر قطر اصلی وارون ماتریس همبستگی متغیرهای پیش‌بینی کننده هستند. در این مطالعه هر متغیری که ضریب تورم واریانس

## جعفری و دین پژوهه: ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای...

باشند، مدل‌های رگرسیونی مذکور، غیرخطی تلقی می‌شوند (شرستا و کازاما<sup>۱</sup>، ۲۰۰۷). در این مدل همانند مدل رگرسیون چندگانه خطی، داده‌های تبخیر روزانه از تشت به عنوان متغیر وابسته و دمای حداکثر هوا، حداکثر رطوبت نسبی هوا و حداقل رطوبت نسبی هوا، میانگین سرعت باد روزانه و تعداد ساعات آفتابی به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شدند. در این مدل رابطه‌ی رگرسیونی غیرخطی براساس کلیه پارامترهای ذکر شده در بالا به صورت زیر در نظر گرفته شد:

$$E = b_0 \cdot (T_{\max})^{b_1} \cdot (RH_{\max})^{b_2} \cdot (RH_{\min})^{b_3} \cdot (wind)^{b_4} \cdot (n)^{b_5} \quad (12)$$

که در آن،  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_5$ : ضرایب مدل رگرسیون غیرخطی هستند. برای تخمین ضرایب مذکور ابتدا از طر斐ن رابطه فوق به شرح زیر لگاریتم گرفته شد:

$$\begin{aligned} \log(E) &= \log(b_0) + b_1 \log(T_{\max}) + b_2 \log(RH_{\max}) + \\ &b_3 \log(RH_{\min}) + b_4 \log(wind) + b_5 \log(n) \end{aligned} \quad (13)$$

به این ترتیب، رابطه غیرخطی (12) به رابطه خطی (13) تبدیل شد. سپس برای تخمین پارامترهای مدل اخیر سری زمانی نظیر  $E$  بعنوان متغیر وابسته در نظر گرفته شد و سری‌های زمانی ( $\log(E)$ ،  $\log(RH_{\max})$ ،  $\log(RH_{\min})$ ،  $\log(wind)$  و  $\log(n)$ ) بعنوان متغیرهای مستقل منظور گردید. آنگاه همانند مدل خطی پارامترهای مدل تخمین زده شدند. پس از محاسبه پارامتر عرض از مبدأ یعنی  $(b_0)$ ، آلتی لگاریتم آن به عنوان ضریب  $b_0$  در رابطه (12) در نظر گرفته شد و سایر ضرایب بدون تغییر در رابطه (12) منظور شدند. در این مطالعه، برای مدل غیرخطی از متغیرهای دمای حداقل هوا و دمای نقطه شنبن استفاده نشد، زیرا این سری‌ها منفی زیادی داشته و بنابراین، قابل لگاریتم‌گیری نبودند. همچنین در برخی موارد، داده‌های متغیر ساعت آفتابی و دمای حداکثر و سرعت باد دارای مقدار صفر بودند، که در این‌گونه موارد برای ساعات آفتابی و دمای حداکثر هوا عدد  $1/0$  و برای سری زمانی سرعت باد به همه داده‌ها عدد  $5/0$  اضافه گردید. افزون بر این، چون با استاندارد کردن متغیرها ارقام منفی برای هرمتغیر ظاهر می‌گردد، بنابراین، قابل لگاریتم‌گیری نبوده و درنتیجه در مدل غیرخطی، فقط از داده‌های ثبت شده (بدون استانداردسازی) استفاده شد.

داده‌ها در روش رگرسیونی تیغه‌ای نیز به شرح زیر در نظر گرفته شد:

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{\sqrt{S_{jj}}} \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,p \quad (10)$$

$$S_{jj} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \quad (11)$$

که در آن  $n$ : تعداد داده‌ها،  $p$ : تعداد متغیرها و  $X_{ij}$ : داده  $i$  ام در متغیر  $j$  ام می‌باشد (باوکر و لیبرمن، ۱۹۷۲).

در این مطالعه ابتدا تعداد پنج ماه از سال (از اول آبان تا آخر اسفند) به علت یخ‌بندان یا عدم ثبت داده‌های نظیر تبخیر در تمام سال‌های مربوط به دوره آماری حذف گردید و سایر داده‌های تبخیر از تشت به صورت روزانه (از اول فروردین سال ۱۳۷۱ تا آخر مهر همان سال) در صفحه گسترده اکسل چیده شد. به همین ترتیب، برای سال‌های دیگر این کار در ادامه ستون همان صفحه اکسل انجام شد. بنابراین، تعداد ۲۰ سال داده روزانه (که در هر سال فقط هفت ماه- از اول فروردین تا آخر مهر- داده داشتند) در یک ستون قرار گرفتند. برای هر روز مقادیر سایر داده‌های مربوط به متغیرهای هواشناسی (هرمتغیر در یک ستون) مشابه داده‌های تبخیر در ستون‌های دیگر همان صفحه اکسل درج گردید. سپس مدل رگرسیون چندگانه خطی بین تبخیر و متغیرهای هواشناسی (مندرج در جدول ۱) در دو حالت زیر انجام شد. در حالت اول متغیرهای مستقل و وابسته بدون استاندارد شدن وارد مدل گردید و ضرایب پارامترهای مدل و ضریب تعیین به دست آمد. در حالت دوم، متغیرهای مذکور توسط رابطه (۱)، استاندارد و سپس وارد مدل شد و ضرایب پارامترهای مدل و ضریب تعیین به دست آمد. آنگاه بهترین مدل از روی ارزیابی عملکرد آن انتخاب شد. به طوری که اشاره شد، در این مطالعه علاوه بر رگرسیون خطی چندگانه از رگرسیون غیرخطی نیز استفاده شد که در ادامه شرح داده شده است.

## رگرسیون غیرخطی

در این مطالعه با توجه به غیر خطی بودن فرایند تبخیر (لیو و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۰۳) از رگرسیون غیر خطی نیز استفاده شد. به عبارت، دیگر هنگامی که معادله رگرسیونی شامل عبارات غیرخطی مانند توابع نمایی<sup>۳</sup>، لگاریتمی<sup>۴</sup> یا توانی<sup>۵</sup>

1 -Liu et al.

2 - Exponential Functions

3 - Logarithmic Functions

4 - Power Functions

مطلق میانگین مشابه با بعد متغیرهای مورد استفاده و ضریب تعیین بدون بعد است. هرچه ضریب تعیین به عدد یک نزدیک شود عملکرد مدل خوب ارزیابی می‌گردد. در این حالت، معمولاً مقادیر آماره‌های میانگین مربعات خطأ و خطای مطلق میانگین به سمت صفر میل می‌کنند. برای تشخیص خودهمبستگی سری زمانی باقیمانده‌های مدل از آماره دوربین-واتسون یا (D) به شرح زیر استفاده شد (باوکر و لیبرمن، ۱۹۷۲):

$$D = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (20)$$

که در آن،  $e_t$ : در واقع  $t$  امین مقدار باقیمانده مدل می‌باشد. مقادیر بحرانی آماره دوربین-واتسون برای تعداد داده بیشتر از ۱۰۰ در سطح یک درصد بین ۱/۴۴ تا ۱/۶۵ معنی دار می‌باشد. در این مطالعه اگر مقدار آماره دوربین-واتسون محاسبه شده ما بین این دو عدد قرار می‌گرفت فرض وجود خودهمبستگی در خطاهای ردد می‌شود و مدل رگرسیونی خطی بدست آمده مناسب تلقی می‌گردد.

### نتایج و بحث

شکل (۲) نمودار جعبه‌ای متغیرهای مورد استفاده در مدل‌های مختلف را در ایستگاه تبریز نشان می‌دهد. این نمودار اطلاعاتی در مورد داده‌های موجود برای هر متغیر بشرح میانه داده‌ها، چارک اول و سوم داده‌ها، واریانس داده‌های بین چارک اول و سوم که طول مستطیل‌ها می‌باشد، واریانس داده‌های بین چارک سوم و داده حداکثر و همچنین واریانس بین چارک اول و داده حداقل که بهترین با اندازه طول خطوط بالا و پایین مستطیل‌ها مشخص شده است. جدول (۱) حاوی برخی از این اطلاعات می‌باشد.

### معیارهای ارزیابی عملکرد مدل‌ها

به منظور مقایسه و ارزیابی عملکرد مدل‌های مورد بررسی از آماره‌های میانگین مربعات خطأ (RMSE)، خطای مطلق میانگین (MAE)، ضریب تعیین ( $R^2$ ) و ضریب تعیین اصلاح شده ( $\hat{R}_p^2$ ) استفاده گردید. فرمول‌های استفاده شده برای این آماره‌ها بصورت زیر بود:

$$RMSE = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - o_i)^2 \right)^{0.5} \quad (14)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |p_i - o_i| \quad (15)$$

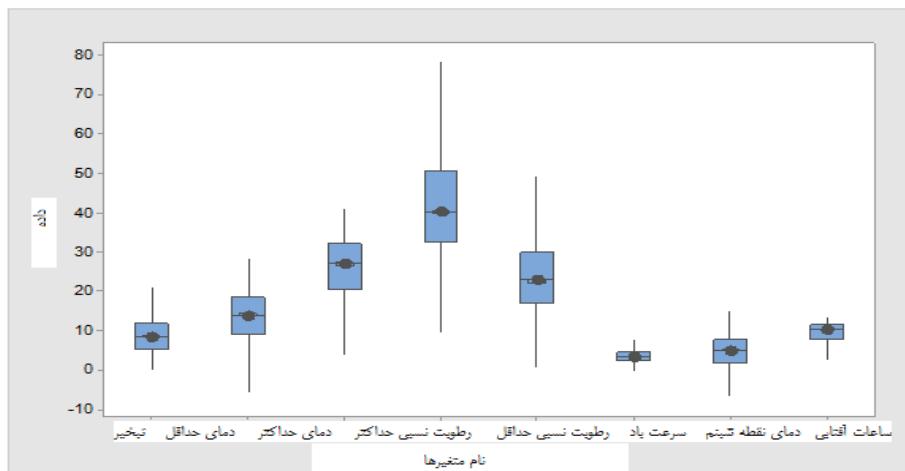
$$R^2 = \frac{SS_R}{S_{yy}} \quad (16)$$

$$SS_R = b \mathbf{X}' \mathbf{Y} - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \quad (17)$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (18)$$

$$\hat{R}_p^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - R^2) \quad (19)$$

در این روابط،  $n$ : تعداد داده‌ها،  $O_i$ : مقادیر مشاهداتی تبخیر از تشت،  $P_i$ : مقادیر محاسباتی تبخیر از مدل و  $p$ : تعداد متغیرهای مستقل و  $SS_R$ : مجموع مربعات رگرسیون و  $S_{yy}$ : مجموع کل مربعات می‌باشد. بعد میانگین مربعات خطأ و خطای



شکل ۲- نمودار جعبه‌ای متغیرهای بکار برده شده برای ایستگاه تبریز در مطالعه حاضر (۹۲-۱۳۷۱).

جدول ۱- اطلاعات نمودار جعبه‌ای متغیرهای بکار رفته برای ایستگاه تبریز در مطالعه حاضر (۹۱-۱۳۷۱).

جعفری و دین پژوهه: ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای...

متغیرها	حداکثر	حداقل	چارک اول	چارک سوم	ماینه
تبخیر (میلی‌متر بر روز)	۲۲/۱۰	۰/۱۰	۵/۲	۱۱/۹۰	۸/۶
دمای حداقل هوا (درجه سانتی‌گراد)	۲۸/۲۰	-۵/۴۰	۹	۱۸/۶۰	۱۴
دمای حداکثر هوا (درجه سانتی‌گراد)	۴۱	-۱	۲۰/۶	۳۲	۲۷/۱۵
رطوبت نسبی حداکثر (درصد)	۹۵/۱۳	۹/۸۸	۳۲/۵	۵۰/۷۵	۴۰/۷۵
رطوبت نسبی حداقل (درصد)	۹۰	۱	۱۷	۳۰	۲۳
سرعت باد (متر بر ثانیه)	۱۱/۲۵	۰	۲/۵	۴/۶۲	۳/۵
دمای نقطه شبنم (درجه سانتی‌گراد)	۱۵/۰۶	-۱۲/۸۸	۲	۷/۷۷	۵/۰۷۵
ساعت آفتابی (ساعت)	۱۳/۵۰	۰	۸	۱۱/۷	۱۰/۴

**جدول ۲- ماتریس متقارن ضرایب همبستگی بین متغیرهای هواشناسی مورد استفاده در ایستگاه تبریز**

نام متغیر	دمای حداکثر	دمای حداقل	دمای حداکثر	دمای حداقل	تعداد ساعات آفتابی	سرعت باد	دمای نقطه شبنم
دمای حداکثر	۱	۰/۹۳۰	-۰/۷۶۷	-۰/۷۰۳	۰/۶۱۸	۰/۲۲۲	۰/۴۹۳
دمای حداقل	۰/۹۳۰	۱	-۰/۶۲۹	-۰/۵۲۵	۰/۵۴۷	۰/۳۵۴	۰/۶۰۷
حداکثر رطوبت نسبی	-۰/۷۶۷	-۰/۶۲۹	۱	۰/۹۱۱	-۰/۵۸۵	-۰/۱۴۲	۰/۱۳۵
حداکثر رطوبت نسبی	-۰/۷۰۳	-۰/۵۲۵	-۰/۹۱۱	۱	-۰/۵۳۶	-۰/۰۹۱	۰/۱۴۴
تعداد ساعات آفتابی	۰/۶۱۸	-۰/۵۳۶	-۰/۰۹۱	-۰/۵۳۶	۰/۱۴۳	۰/۲۰۵	۰/۲۰۵
سرعت باد	۰/۲۲۲	-۰/۰۹۱	-۰/۱۴۳	۰/۱۴۳	۰/۱۴۴	-۰/۰۹۱	-۰/۱۴۴
دمای نقطه شبنم	۰/۴۹۳	-۰/۰۹۱	-۰/۱۴۴	-۰/۰۹۱	-۰/۰۲۳	-۰/۰۲۳	-۰/۰۲۳

بین سرعت باد و دمای حداقل (معادل  $0/35$ ) و کمترین آن متعلق به همبستگی سرعت باد و رطوبت نسبی حداقل (معادل  $-0/09$ ) بود. بنابراین می‌توان دریافت که سرعت باد همبستگی نسبتاً کمتری با متغیرهای هواشناسی (در مقایسه با دیگر متغیرها) دارد. در مدل‌های استفاده شده احتمال ایجاد داده منفی در خروجی وجود دارد. لذا بدلیل اینکه تبخیر نمی‌تواند مقدار منفی بخود بگیرد، در نتیجه بجای داده‌های منفی عدد صفر (در خروجی) منظور شد.

جدول (۳) نتایج حاصل از اجرای مدل‌های منتخب رگرسیون چندمتغیره خطی، غیرخطی و تیغه‌ای را نشان می‌دهد. به طوریکه از این جدول می‌توان استنباط کرد، در این جدول، متغیرهای مورد نیاز برای مدل‌های منتخب، شامل دمای حداکثر و حداقل هوا، رطوبت حداکثر و حداقل هوا، سرعت باد و ساعات آفتابی می‌باشد که عرض از مبدا و ضرایب  $b_1$  تا  $b_6$  هر مدل به همراه آماره‌های عملکرد در ستون‌های دوم تا دوازدهم جدول نشان داده شده‌اند. مقادیر آماره ضریب تعیین در مدل‌های مختلف، از  $0/654$  تا  $0/672$  تغییر می‌کنند. افزون بر این، مقادیر ضریب تعیین اصلاح شده نیز بین  $0/654$  تا  $0/672$  تغییر می‌کنند. ضمناً آماره دوربین واتسون مدل‌ها از  $1/44$  تا  $1/59$  تغییر می‌کند. مقادیر میانگین مربعات خطأ نیز از  $2/45$  تا  $2/58$  میلی‌متر بر روز تغییر می‌کنند. ملاحظه شد که با کاهش تعداد متغیرهای ورودی برای مدل‌ها در هر دو روش رگرسیون خطی و غیرخطی میزان خطأ افزایش و میزان ضریب تعیین و ضریب تعیین اصلاح شده کاهش می‌یابد،

جدول (۲) مقادیر ماتریس همبستگی بین متغیرهای ورودی به مدل‌های مختلف را نشان می‌دهد. به طوری که از جدول (۲) می‌توان استنباط کرد، بیشترین ضریب همبستگی برای متغیر حداکثر دمای هوا تبریز متعلق به متغیر نظیر حداکثر دمای هوا همان ایستگاه (معادل  $0/93$ ) می‌باشد که با توجه به تعداد  $4775$  زوج داده‌های استفاده شده این رقم در سطح پنج درصد معنی‌دار می‌باشد. پس از متغیر دمای حداقل هوا، می‌توان ادعا کرد که متغیر حداکثر رطوبت نسبی هوا بیشترین ضریب همبستگی منفی (۰/۰۷۷) با متغیر حداکثر دمای هوا تبریز را دارد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش درجه حرارت هوا مقدار رطوبت نسبی آن کاهش پیدا می‌کند. گرچه کمترین مقدار ضریب همبستگی بین دمای حداکثر و متغیرهای هواشناسی متعلق به پارامتر سرعت باد ( $0/22$ ) می‌باشد، ولیکن همین عدد نیز در سطح  $5\%$  معنی‌دار می‌باشد. بیشترین و کمترین مقدار ضریب همبستگی برای متغیر رطوبت نسبی حداکثر بترتیب متعلق به پارامترهای رطوبت نسبی حداقل و دمای نقطه شبنم معادل با  $0/091$  و  $0/135$  می‌باشد که هردو در سطح  $5\%$  معنی‌دار بودند. همچنین بیشترین و کمترین مقدار ضریب همبستگی بین دمای حداکثر و سرعت باد متعلق به پارامترهای دمای حداکثر و سرعت باد می‌باشد که هردو در سطح پنج درصد معنی‌دار بودند. همانطور که از جدول (۲) مشاهده می‌شود کمترین همبستگی پارامترهای مختلف هواشناسی تبریز مربوط به متغیر سرعت باد می‌باشد، به طوریکه، بیشترین مقدار ضریب همبستگی

مقادیر ویژه ماتریس ( $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ ) با استفاده از نرم افزار Maple به شرح  $1/538 = \lambda_1$  و  $0/46 = \lambda_2$  به دست آمد و بنابراین، نسبت  $\lambda_1 / \lambda_{\min} = \lambda_{\max}$  برابر با  $3/34$  حاصل شد با توجه به اینکه نسبت مذکور کمتر از  $10$  می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفته که احتمال وجود چند همخطی در پارامترهای مربوط به مدل رگرسیونی منتهی خیلی ناچیز می‌باشد. در جدول (۳) مقادیر ضرایب رگرسیون تیغه‌ای به ازای مقادیر مختلف  $k$  ارائه شده است. شکل (۳) نیز مسیر تیغه‌ای ضرایب رگرسیونی  $b_1$  و  $b_2$  را به ازای مقادیر مختلف  $k$  نشان می‌دهد. به طوری که از شکل (۳) می‌توان استنباط کرد به ازای مقدار  $k$  معادل با  $0/05$  مسیر تیغه‌ای تا حدودی بهم نزدیک و افقی شده است. با استفاده از رقم مذکور و نیز  $0/046 = b_0$  مدل رگرسیون تیغه‌ای به شرح زیر حاصل شد:

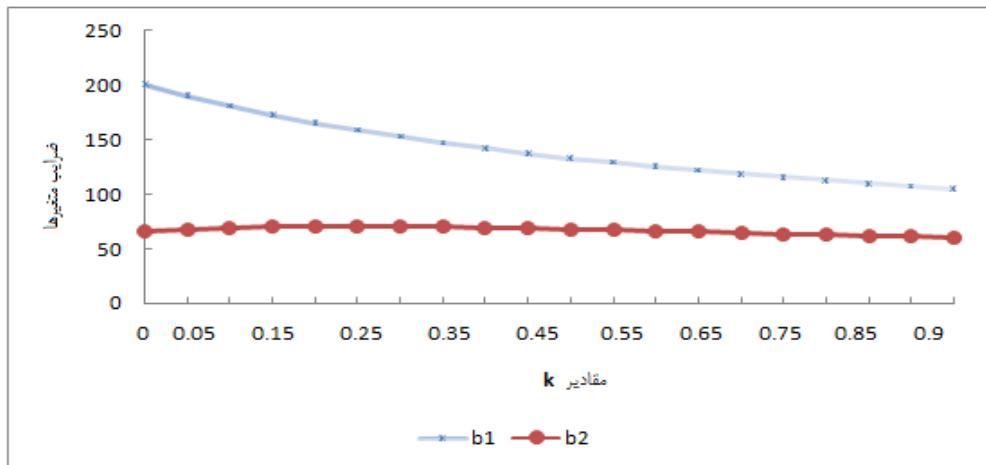
$$E = 8.64 + 190.116 T^*_{\min} + 68.162 n^* \quad (21)$$

که در آن،  $T^*_{\min}$  و  $n^*$ : بهترتب مقادیر دمای حداقل هوا و تعداد ساعت‌های آفتابی هوا در شکل استاندارد شده با فرمول شماره دهم و  $E$ : مقدار تبخیر بر حسب میلی‌متر بر روز می‌باشند. مثلاً اگر دمای حداقل هوا  $13/3$  درجه سانتی‌گراد و تعداد ساعت‌های آفتابی  $5/2$  باشد، با توجه به میانگین و انحراف معیار این دو پارامتر، معادل استاندارد آنها بهترتب برابر  $0/00076$  و  $-0/01868$  می‌باشد که در این صورت مقدار تبخیر برابر  $7/22$  میلی‌متر بر روز به دست آمد و مقدار تبخیر مشاهده شده در همان روز معادل  $7/7$  میلی‌متر بر روز است.

ولی این افزایش خطای کاهش ضریب تعیین باتوجه به ارقام موجود در ستون‌های میانگین مربعات خطای مطلق میانگین و ضریب تعیین در هر کدام از مدل‌های تکراری رگرسیون چندمتغیره خطی و غیرخطی، ناچیز و در حدود پنج الی  $10$  درصد بین اولین مدل با بیشترین متغیر و آخرین مدل با فقط یک متغیر می‌باشد. لازم به ذکر است مدل رگرسیون چندگانه خطی دارای شش مدل با تعداد متغیر پسرو از شش تا یک، مدل رگرسیون غیرخطی با پنج مدل با تعداد متغیر پسرو از پنج تا یک و مدل تیغه‌ای دارای پنج مدل بود که از میان آنها بهترین مدل برای هر کدام انتخاب و در جدول (۳) ارائه گردید. پر واضح است که هرچه مدل ساده‌تر باشد، نسبت به مدل‌های پیچیده‌تر (با تعداد متغیر زیاد) بهتر خواهد بود. با بررسی های انجام گرفته برای رگرسیون خطی، غیرخطی و تیغه‌ای، مدل‌های منتخب هر کدام با دو متغیر مورد نیاز برای محاسبه تبخیر از تشت به عنوان مدل مناسب تشخیص داده شدند. متغیرهای مورد نیاز برای مدل‌های خطی و تیغه‌ای شامل دمای حداقل هوا و ساعات آفتابی، و برای مدل رگرسیون غیرخطی این متغیرها شامل دمای حداقل و سرعت باد بود.

برای پی بردن به وجود حالت چند همخطی از مقادیر ویژه ماتریس همبستگی ( $\lambda$ ) و عناصر روی قطر اصلی وارون ماتریس همبستگی  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  در مدل منتخب استفاده شد. در این مطالعه ماتریس  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})$  و معکوس آن یعنی  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  در مدل منتخب رگرسیون خطی چندگانه به شرح زیر حاصل شد:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0.538 \\ 0.538 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.41 & -0.76 \\ -0.76 & 1.41 \end{bmatrix}$$



شکل ۳- مسیر تیغه در مدل رگرسیونی با دو متغیر مستقل شامل (دمای حداقل و ساعات آفتابی).

جعفری و دین پژوه: ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای...

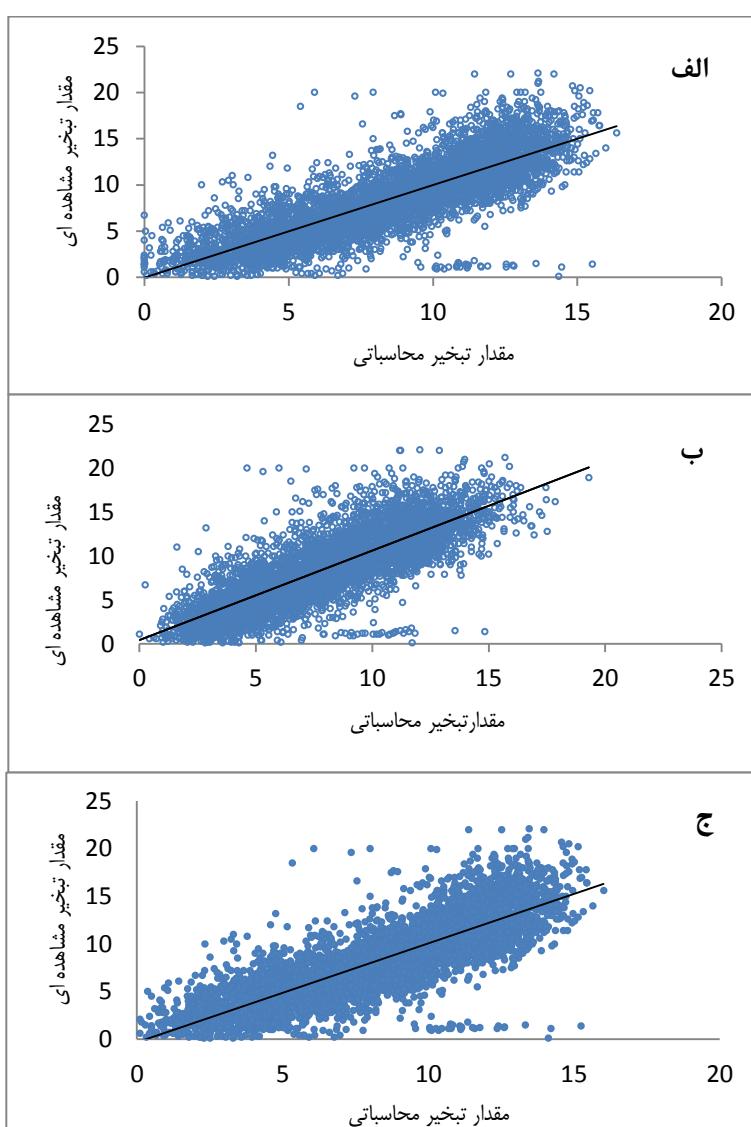
**جدول ۳- ضرایب و آماره‌های ارزیابی عملکرد مدل‌های منتخب رگرسیون چندمتغیره خطی، غیرخطی و تیغه‌ای**

مدل‌ها	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	میانگین خطای	ضریب دوربین-واتسون	ضریب تعیین مطلق	ضریب تعیین میانگین اصلاح شده	مدل خطی
مدل خطی با داده استاندارد	-۰/۶۴	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۲/۴۵۰	۰/۳۰	۰/۶۷۰	۱/۴۵۰	۱/۸۵۰	-۰/۶۷
مدل غیرخطی	۰/۰۵	۱/۳۹	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۵۷۲	۰/۲۲	۰/۶۷۰	۱/۴۵۰	۰/۴۳۰	۰/۶۶۷
مدل تیغه‌ای	۸/۶۴	۱۹۰/۱۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۶۸/۱۶	۲/۴۶	۰/۶۷۲	۱/۴۴۰	۱/۷۸۰	۰/۶۷۲

در جدول  $b_0$  عرض از مبدأ و  $b_1$  تا  $b_6$  بترتیب ضرایب پارامترهای (دماه حداکثر، دماه حداقل، رطوبت نسبی حداکثر، رطوبت نسبی حداقل، سرعت باد و ساعات آفتابی) می‌باشد.

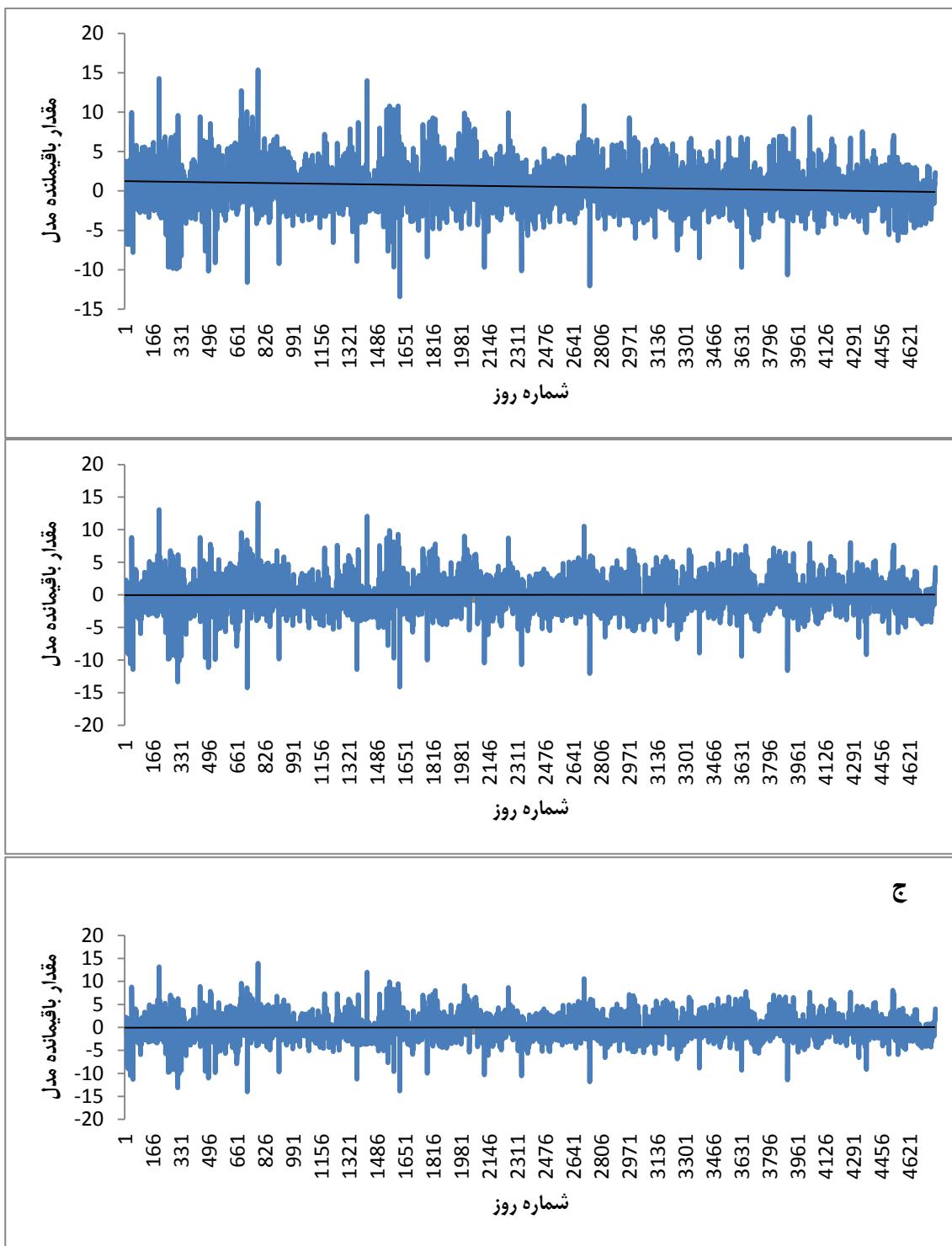
جدول ۴- برآوردهای مبتنی بر رگرسیون تیغه‌ای در مدل منتخب با دو متغیر ساعات آفتابی و دمای حداقل

$B^*(k)$	$B^*(k)$	k
۶۵/۷۴۸	۲۰۰/۹۲	.۰۰
۶۸/۱۶۲	۱۹۰/۱۱۶	.۰۰۵
۶۹/۶۵۴	۱۸۰/۷۴	.۰۱۰
۷۰/۴۹	۱۷۲/۴۹	.۰۱۵
۷۰/۸۵	۱۶۵/۱۴	.۰۲۰
۷۰/۸۷	۱۵۸/۵۳	.۰۲۵
۷۰/۶۳	۱۵۲/۵۳	.۰۳۰
۷۰/۲	۱۴۷/۰۵۵	.۰۳۵
۶۹/۶۳	۱۴۲/۰۲۳	.۰۴۰
۶۸/۹۵	۱۳۷/۳۷۶	.۰۴۵
۶۸/۲۰	۱۳۳/۰۶۶	.۰۵۰
۶۷/۳۹	۱۲۹/۰۵۴	.۰۵۵
۶۶/۵۵	۱۲۵/۳۰۵	.۰۶۰
۶۴/۸	۱۱۸/۳۹	.۰۷۰
۶۳	۱۱۲/۳۴	.۰۸۰
۶۱/۲۲۸	۱۰۷/۰۳	.۰۹۰



شکل ۴- نمودارهای نقاط پراکنش مقادیر تبخیر مشاهده شده (میلی‌متر بر روز)، به ازای مقادیر حاصل از مدل‌های منتخب، (الف) رگرسیون خطی، (ب) رگرسیون غیرخطی و (ج) رگرسیون تیغه‌ای.

جعفری و دین پژوه: ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای...



شکل ۵- نمودارهای سری زمانی باقیمانده‌های نظری مدل منتخب، (الف) رگرسیون خطی، (ب) رگرسیون غیرخطی و (ج) رگرسیون تیغه‌ای. (شماره روز اول مربوط به تاریخ ۱۰ خرداد ۱۳۷۱ می باشد)

۰/۶۷ را به دست می‌دهد. میانگین مربعات خطای مدل رگرسیونی نیز برابر با ۲/۴۶ میلی متر بر روز بود که منطبق بر مدل منتخب بود. شکل (۴) نمودار نقاط پراکنش مقادیر تبیخیر مشاهده شده را در ازای مقادیر حاصل از مدل‌های رگرسیونی چند متغیره خطی،

بعد از محاسبات انجام شده مشخص شد که مدل منتخب با متغیرهای دمای حداقل هوا و ساعت‌های آفتابی دارای چند همخطی نمی‌باشد، زیرا مدل به دست آمده با روش رگرسیون تیغه‌ای همان ضریب تعیین به دست آمده در حالت رگرسیون چندگانه یعنی

کرده‌اند. افزون بر این، کوور و نانداگیری<sup>(۱)</sup> (۲۰۰۷)، نیز برای توسعه مدل رگرسیونی برای تخمین تبخیر از تشت از روش رگرسیون خطی و تجزیه به مولفه‌های اصلی بهره برده‌اند. نامبردگان نیز برای ارزیابی کارایی مدل‌ها از آماره‌های عملکرد ضریب تعیین و مجموع مربعات خطأ استفاده کرده‌اند. در مطالعه حاضر، برای اینکار از روش رگرسیون تیغه‌ای برای اولین بار در مورد تبخیر استفاده شد. در این مطالعه برای تخمین تبخیر از تشت، از داده‌های هفت متغیر هواشناسی اندازه گرفته شده در ایستگاه سینوپتیک تبریز در فاصله سال‌های ۱۳۹۱-۱۳۷۱<sup>(۲)</sup> استفاده گردید. این متغیرها شامل مقادیر دمای حداکثر و دمای حداقل، رطوبت نسبی حداکثر و رطوبت نسبی حداقل، ساعت‌آفتابی، سرعت باد و دمای نقطه شبنم بود و پس از مدل‌بندی کارایی مدل‌ها با داده‌های اندازه گرفته شده از تشت تبخیر ارزیابی گردید. به طوری که انتظار می‌رفت متغیرهای مستقل با همدیگر و استنگی شدیدی داشتند. بنابراین لزوم حذف اثر واستنگی بین متغیرهای مستقل احساس شد و در پی اینکار از روش رگرسیون تیغه‌ای که در حذف اثر همبستگی بین متغیرها یک روش قدرتمند محاسبه می‌شود استفاده شد. نتایج نشان داد که مقدار تبخیر به دست آمده با استفاده از مدل رگرسیون تیغه‌ای به طور قابل ملاحظه‌ای با مقادیر اندازه گرفته شده مشابه دارند. در این پژوهش برای اولین بار جهت تخمین تبخیر از تشت از روش رگرسیون تیغه‌ای به عنوان پردازشگر داده‌های ورودی به مدل‌های رگرسیون خطی چندگانه استفاده شد تا چند همخطی بین متغیرهای مستقل ورودی به مدل تحلیل شوند. طبق نتایج بدست آمده برای مدل منتخب که دارای دو مولفه دمای حداقل هوا و ساعت‌آفتابی بود، چند همخطی مشاهده نشد. پس از ایجاد مدل‌های رگرسیونی خطی و غیرخطی که بصورت نزولی از اهمیت متغیرها ایجاد شد، یک مدل از روش خطی و یک مدل از روش غیرخطی، بعنوان مدل‌های منتخب انتخاب شدند که میانگین مربعات خطأ هریک به ترتیب  $2/45$  و  $2/58$  میلی متر بر روز بودند. مدل‌های ایجاد شده در این مطالعه دقت مطلوبی در برآورد تبخیر از تشت داشته و قابلیت توسعه برای سایر ایستگاه‌های کشور با اقلیم‌ها متفاوت را دارا می‌باشد. نتایج بدست آمده در این مطالعه با توجه به داده‌های اندازه گرفته شده با محدودیت طول دوره آماری به دست آمده است. بنابراین برای نتیجه گیری بهتر لازم است مطالعه مشابه برای داده‌های طولانی مدت انجام شود.

غیرخطی و تیغه‌ای نشان می‌دهد. به طوری که از این شکل می‌توان استنباط کرد ابر نقاط در اطراف خط  $1:1$  تقریباً برای همه مدل‌ها وجود دارد. با این حال، در مدل تیغه‌ای، ابر نقاط بطور نامحسوسی با پهنای کمتر در مقایسه با مدل‌های رگرسیون چندمتغیره خطی و غیرخطی قرار گرفته است. از طرفی تعداد محدودی نقطه در نزدیکی محور افقی در تمام مدل‌ها دیده می‌شود که مقدار تبخیر بسیار زیاد در مقابل مقدار تبخیر مشاهده‌ای (نزدیک صفر) قرار گرفته‌اند. به نظر می‌رسد، این نقاط مربوط به خطای اندازه گیری و ثبت داده‌ها می‌باشند. شکل (۵) نمودار سری زمانی باقی‌مانده‌های مدل‌های مختلف رگرسیون خطی، غیرخطی و تیغه‌ای را نشان می‌دهد. می‌توان دریافت که خطای مدل‌های مختلف فاقد روند خاصی می‌باشند و مدل‌ها دارای نمودار تقریباً مشابه برای باقی‌مانده‌ها می‌باشند. ولی همان‌طور که از نمودار مدل تیغه‌ای پیداست، پراکندگی باقی‌مانده‌های این مدل حول محور صفر نزدیک‌تر هستند. مالیک و کومار (۲۰۱۵) در مطالعه خود بر روی تبخیر روزانه تشت در پانتاگار (هند)، میانگین مربعات خطأ روش رگرسیون چندگانه خطی را در حدود  $1/6$  به دست آورند. همچنین سیفی و همکاران (۱۳۸۹) و شیخ‌الاسلامی و همکاران (۱۳۹۳) در مطالعات خود که به ترتیب در ایستگاه کرمان و ایستگاه مشهد انجام داده‌اند، میانگین مربعات خطأ را برای داده‌های استاندارد شده به ترتیب  $0/08$  و  $0/08$  بدست آورده‌اند. آلیدیج (۲۰۱۲)، لدنی و همکاران (۲۰۱۲) و شیرسات و کومار (۲۰۰۹) نیز به ترتیب در مطالعات خود با روش رگرسیون چندگانه خطی میزان میانگین مربعات خطأ را به ترتیب  $1/83$  و  $1/83$  و  $1/6$  بدست آورده‌اند که این اعداد و ارقام نشانگر کارایی خوب روش رگرسیون چندگانه خطی در مناطق مختلف اقلیمی می‌باشد.

### نتیجه گیری

در مطالعه حاضر سعی شد تا مقدار تبخیر از تشت در مقایسه روزانه به صورت مدل‌های رگرسیون خطی، غیرخطی و تیغه‌ای در ایستگاه تبریز به تفضیل تخمین زده شود و خواندن بتواند به آسانی با روش‌های مذکور آشایی پیدا کند. چون در اغلب نقاط صعب العبور، امکان اندازه گیری مستقیم تبخیر از تشت نیست، بنابراین با استفاده از روش‌شناسی به کاربرده شده می‌توان مقدار تبخیر را به آسانی از روی مدل برآورد کرد. اهمیت این کار بویژه در جاهایی که داده تبخیر وجود ندارد یا دارای آمار کافی نمی‌باشد، به طور قابل ملاحظه‌ای بالا می‌رود. گرچه در مطالعات قبلی مانند سیفی و همکاران (۱۳۸۹)، برای تخمین تبخیر و تعرق پتانسیل، از روش رگرسیون تیغه‌ای استفاده نشده است، ولیکن برای غله بر اثر همبستگی بین متغیرها، نامبردگان از روش تجزیه به مولفه‌های اصلی بهره برده‌اند. شیخ‌الاسلامی و همکاران (۱۳۹۳)، نیز از روش مشابه برای تخمین تبخیر و تعرق در ایستگاه مشهد، استفاده

## جعفری و دین پژوه: ارزیابی کاربرد مدل رگرسیون چندمتغیره تیغه‌ای...

### منابع

- ۱- اسکافی نوغانی، م.، مفتاح هلقی، م. و ا. مساعدی. ۱۳۸۷. ارائه مدل رگرسیونی پیش‌بینی تلفات تبخیر باستفاده از پارامترهای اندازه گیری شده هواشناسی. سومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران، ۲۳ تا ۲۵ مهر، دانشگاه تبریز، دانشکده مهندسی عمران، تبریز.
- ۲- خداشناس، س.ر.، قهرمان، ب.، داوری، ک. و ح. ناطریان. ۱۳۸۷. ارائه مدل‌های رگرسیونی چند متغیره برآورد رسوب در حوضه‌های شمال استان خراسان. مجله آب و خاک، ۲، ۱۵۰-۱۶۵.
- ۳- سیفی، ا.، میرلطیفی، س.م. و ح. ریاحی. ۱۳۸۹. توسعه مدل ترکیبی رگرسیون چندگانه- تحلیل مولفه‌ها و عاملهای اصلی-PCA (رگرسیون چندگانه خطی) در پیش‌بینی تبخیر- تعرق مرجع. نشریه آب و خاک، ۲۴(۶): ۱۱۸۶-۱۱۹۶.
- ۴- شادمانی، م. و ص. معروفی. ۱۳۸۸. مقایسه چند روش برآورد تبخیر روزانه از تشت، مطالعه موردنی ایستگاه کرمان. مجله علوم و فنون کشاورزی. علوم آب و خاک، سال پانزدهم، ۵۵: ۶۹-۸۳.
- ۵- شیخ‌الاسلامی، ن.، قهرمان، ب.، مساعدی، ا.، داوری، ک. و م.، مهاجرپور. ۱۳۹۳. پیش‌بینی تبخیر و تعرق گیاه مرجع (ETO) با استفاده از روش آنالیز مؤلفه‌های اصلی (PCA) و توسعه مدل رگرسیونی خطی چندگانه (RGRSsion چندگانه خطی). نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، ۲۸(۲): ۴۲۰-۴۲۹.
- ۶- فکری، ن.، اسماعیلی، ح.، دوستی، ح. و د. پارسایی. ۱۳۹۰. بررسی کاربرد رگرسیون تیغه‌ای در علوم پزشکی. نشریه دانشجویی آمار (ندا)، سال پازدهم، ۱: ۱۲-۱۹.
- ۷- نوری، ر.ا.، اشرفی، خ. و ا. اژدرپور. ۱۳۸۷. مقایسه کاربرد روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون خطی چندمتغیره بر اساس تحلیل مولفه‌های اصلی برای پیش‌بینی غلظت میانگین روزانه کربن مونوکسید: بررسی موردنی شهر تهران. مجله فیزیک زمین و فضا، ۳۴: ۱۳۵-۱۵۲.
- 8- Almedeij, J. 2012. Modeling pan evaporation for Kuwait by multiple linear regression. The Scientific World Journal, 9: 10-11.
- 9- Balan, B., Mohaghegh, S. and S. Ameri. 1995. State- of- art- in permeability determination from well log data: Part 1- A comparative study. Model Development , SPE Technical Report 30978:17-25.
- 10-Bowker, H. and G. J. Lieberman. 1972. Engineering Statistics. Prentice-Hall, 852 p.
- 11-Bruton, J.M., Mcclendon, R.W. and G. Hoogenboom. 2000. Estimating daily pan evaporation with artificial neural networks. Transaction ASAE, 43(2):491-496.
- 12-Chow, V. T., Maidment, D. R. , L.W Mays. 1988. Applied hydrology. McGraw hill, Newyork, 570 p.
- 13-Googhari, S.K. 2012. Daily pan evaporation estimation using a neuro-fuzzy-based model. Journal of Agriculture Science and Technology, 2: 223-228.
- 14-Kisi, O. 2009. Modeling monthly evaporation using two different neural computing techniques. Irrigation Science, 27:417-430.
- 15-Kovoov, G.M. and L. Nandagiri. 2007. Developing regression models for predicting pan evaporation from climate data. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 133(5): 444-454.
- 16-Ladlani, I., Hauichi, L., Dhemili, L., Heddem, S. and Kh. Blouze. 2012. Estimation of daily refrence evapotranspiration in the north of Algeria using adaptive neuro-Fuzzy inference system (ANFIS) and multiple linear regression Models: a comparative study. Arabian Journal for Science and Engineering, 39: 5959-5969.
- 17-Li, Y.F., Min, X., and N.G. Thong. 2010. Adaptive ridge regression system for software cost estimating on multi-collinear datasets. The Journal of System and Software, 83: 2332-2343.

- 18-Liu, C.W., Lin, K.H., and Y.M. Kuo. 2003. Application of factor analysis in the assessment of groundwater quality in a blackfoot disease area in Taiwan. *Science of The Total Environment*, 313: 77-89.
- 19-Maidement, R.1993. *Handbook of hydrology*. Mc GRAW-Hill, INC, 1730p.
- 20-Malik, A. and A. Kumar. 2015. Pan evaporation simulation based on daily meteorological data using soft computing techniques and multiple linear regression. *Water Resources Management*, 29: 1859-1872.
- 21-Mallik, A.P., Jyothy, S.A. and K.C. Sekhar Reddy. 2013. Daily reference evapotranspiration estimation using linear regression and ANN models. *The Institution of Engineers (India)*, 93(4):215–221.
- 22-Shirgure, PS. 2011. Evaporation modeling with neural networks-A research review. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*. 1(2):37–47.
- 23-Shirgure, PS. and G.S. Rajput. 2012. Prediction of daily pan evaporation using neural networks models. *Science Journal Agriculcure* 1(5):126–137.
- 24-Shirsath, P.B. and A.S. Kumar. 2009. A comparative study of daily pan evaporation estimation using ANN, regression and climate based models. *Water Resources Management*, 24: 1571-1581.
- 25-Shirsath, PB. and A.K. Singh. 2010. A comparative study of daily pan evaporation estimation using ANN, regression and climate based models. *Water Resources Management*, 24:1571–1581.
- 26-Shrestha, S. and F. Kazama. 2007. Assesment of surface water quality using multivariate statistical techniques: A case study of the Fuji river basin, Japan. *Environment Modelling Software* 22: 464- 475.
- 27-Tabari, H., Marofi, S. and A. A Sabziparvar. 2010. Estimation of daily pan evaporation using artificial neural network and multivariate non-linear regression. *Irrigation Science*, 28: 399-406.