

معرفی سرریز تاج دندانهای و بررسی میزان ضریب تخلیه آن تحت شرایط جریان آزاد

بابک لشکرآرا^{۱*} و یاسرشیخی^۲

*۱- نویسنده مسئول، استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول. Lashkarara@jsu.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول.

تاریخ پذیرش: ۹۵/۴/۲۶

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۰/۱۸

چکیده

سیلاب یک پدیده تصادفی است و ساخت سیستم تخلیه سیلاب موفق و اقتصادی در یک سد از درجه اهمیت بالایی برخوردار است. در سالهای اخیر سرریزهای غیر خطی به عنوان یک راه حل برای کنترل سیلاب

منظور بررسی

خصوصیات هیدرولیکی این دسته از سرریزها تحت شرایط جریان آزاد، ضریب تخلیه آن تحت سناریوهای مختلف شکل هندسی سرریز مورد بررسی آزمایشگاهی قرار گرفت. به منظور بررسی اثر شیب کف کلیدهای ورودی و خروجی بر میزان ضریب تخلیه جریان، شیبهای ۱/۵ : ۱، ۱ : ۱ و ۱ : ۱/۵ (قائم : افق) در نظر گرفته شد. سپس در هر یک از سه مرحله تغییر در میزان شیب کف کلیدها، چهار نوع سرریز با طول تاج دو، چهار، شش و هشت سیکل طراحی، ساخته و مورد آزمایش قرار گرفت.

منجر به افزایش میزان ضریب تخلیه جریان می شود. در بارهای آبی

ورودی لبه تیز از خود افزایش نشان می دهد. برتری میزان ضریب تخلیه سرریز تاج دندانهای در مقایسه با سرریزهای لبه تیز مدور با ابعاد مشابه، می تواند به عنوان یک مزیت مهم این دسته از سرریزهای غیر خطی برشمرده شود.

کلید واژه ها: تاج دندانهای، کلید، انسداد، گرداب، ضریب تخلیه.

کنگره‌ای، اولین مدل‌های سرریز کلید پیانویی را ارائه نمودند
ای، دارای شیب مایل در
انتهای کلیدها بودند. آنان با انجام بیش از ۵۰ آزمایش دومدل A و
B را برای سرریزهای کلید پیانویی معرفی
دست بوده و این در حالی
است که مدل B فقط دارای پیش آمدگی بالادست می‌باشد.

های سپری را بر راندمان هیدرولیکی سرریز کلید پیانویی
بررسی نمودند. آنان در واقع ارتفاع سرریز را بدون افزایش طول
شیروانی
درصدی ارتفاع سرریز، راندمان هیدرولیکی آن ۱۵ درصد افزایش
می‌یابد.

لمپییر و همکاران^۶ (۲۰۱۱) انواع مختلف سرریزهای کلید
پیانویی که از سال ۱۹۹۸ توسط مؤسسه هیدروکوپ^۷ مورد مطالعه

آمدگی به چهار نوع متفاوت
طبقه
بالادست و هم پیش‌آمدگی پایین دست وجود دارد. در مدل‌های B
و C فقط یکی از پیش‌آمدگی بالادست یا پایین

بندی در شکل (۱) نمایش داده شده است.
اندرسون و تالیس^۸ (۲۰۱۱) با مقایسه سرریزهای کنگره
پیانویی عنوان کردند که ضریب تخلیه
سرریزهای کلید پیانویی بیشتر است.

(به ارائه رابطه‌ای بهینه

(، طول لبه آویزان بالادست و
تعداد سیکل‌ها که در نهایت به افزایش طول کلی سرریز می‌انجامد،
باعث افزایش ضریب دبی و همچنین افزایش دبی عبوری از سرریز
می‌شود.

را از مخزن سد به رودخانه پایین‌دست آن فراهم
می‌آورند (ویچر و هگر^۱)

سدها نیز اجتناب ناپذیر است. به گزارش کمیته ملی سدهای
بزرگ^۲،

معمولاً سرریزها را برحسب مهم‌ترین
مشخصه آن‌ها تقسیم‌بندی می‌کنند. این مشخصه می‌تواند در رابطه
با سازه کنترل، کانال تخلیه و یا هر جزء دیگر آن باشد. برحسب
اینکه سرریز مجهز به دریچه و یا فاقد آن باشد، به

ست که
به دو دسته کلی سرریزهای با تاج خطی و سرریزهای با تاج
غیرخطی تقسیم‌بندی می‌شوند. با توجه به اینکه هزینه‌های ساخت
سیستم تخلیه سیلاب در پروژه‌های سدسازی قابل توجه می‌باشد،
لذا صرفه‌جویی در هزینه‌های سرریزها مورد توجه طراحان
این‌گونه سازه‌ها است.

برای صرفه‌جویی در هزینه‌ها و ابعاد سرریزها، روش ای
مستفاده از
سرریزهای با آستانه غیرخطی در پلان می‌باشد که معمولاً به
سرریزهای کنگره
سابقه ساخت
سرریزهای کنگره‌ای به سال ۱۹۱۰ میلادی باز می‌گردد. با این
وجود بیشتر این سرریزها از سال ۱۹۷۰ میلادی به بعد ساخته
شده

(انجام شد که مبنای بسیاری از مطالعات بعدی قرار گرفت.
مسئله ضریب دبی توسط محققان زیادی در سرریزهای مختلفی از
ایی، نیلوفری، کنگره

پیچیدگی الگوی جریان و
تأثیر عوامل مختلف و نامعین بر هیدرولیک این نوع سرریزها سبب
گردیده تا در مطالعات، طراحی و کاربرد این

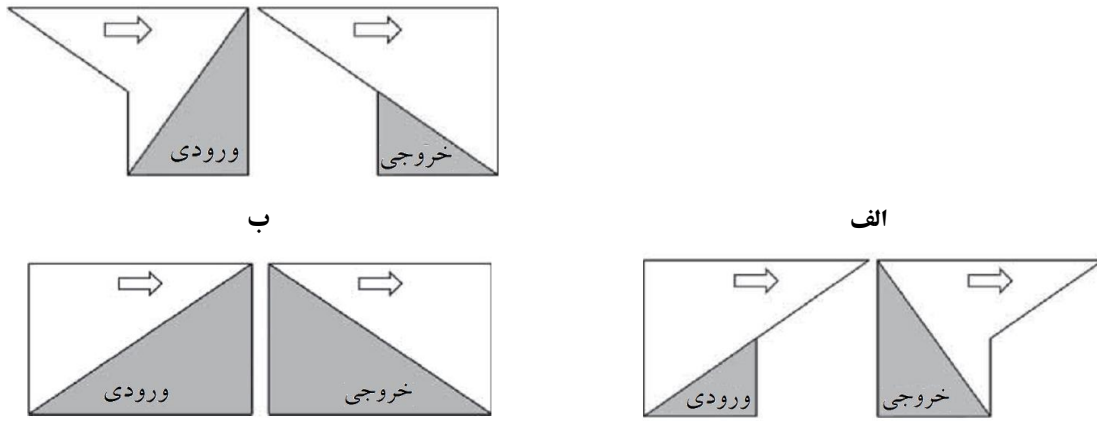
لمپییر و اومین^۴ (۲۰۰۳) اولین مطالعات را روی سرریزهای
کلید پیانویی انجام دادند. آنها با الهام گرفتن از شکل سرریزهای

1 - Vischer and Hager

2- International Commission of Large Dams (ICOLD)

3-Taylor

4 - Lemperiere and Ouamane



بالادست و پایین دست، ب)- سرریز کلید پانویی با پیش آمدگی بالادست، ج)- سرریز کلید پانویی با پیش آمدگی پایین دست، د)- سرریز کلید پانویی بدون پیش آمدگی

ناویراستوکس دو بعدی ارائه شده برای گرداب پتانسیل

لیت ریبریو و همکاران (۲۰۱۲)

$$C_d = f(\rho, \mu, \sigma, V_i, H, g, D_i, L, P, Z) \quad (1)$$

سیال با فرض پارامترهای (H) ، (V_i) و (σ) با کینگهام می
در سرریز مدور قائم با ورودی
تاج دندانهای تحت شرایط جریان آزاد به صورت معادله زیر نشان
داد:

$$C_d = f\left(\frac{\rho V_i H}{\mu}, \frac{V_i}{\sqrt{gH}}, \frac{\rho V_i^2 H}{\sigma}, \frac{D_i}{H}, \frac{L}{H}, \frac{P}{H}, Z\right) \quad (2)$$

ملاحظه می شود که در رابطه (۲) پارامترهای بدون بعد اول
معرف عدد رینولدز، پارام
عدد وبر می باشد. از تقسیم پارامتر (L/H) بر (D_i/H) و
همچنین معکوس نمودن پارامتر (P/H) رابطه (۲) را می توان به
شکل رابطه (۳) نوشت:

$$C_d = f\left(\text{Re}, \text{Fr}, \text{We}, \frac{L}{D_i}, \frac{H}{P}, Z\right) \quad (3)$$

خصوصیات سه جرم مخصوص سیال (ρ) ، لزوجت
سیال (μ) ، کشش سطحی (σ) ،
خصوصیات جریان: سرعت در روی تاج سرریز (V_i) ، بار آبی روی
سرریز (H) ، شتاب ثقل (g) .

ابتدای کلید ورودی (a_i) ، عرض انتهایی کلید ورودی (a_o) ،

شیب کلیدهای
خروجی و ورودی (Z) که مطابق با شکل (۲-ب) با نسبت (P/B)
معادل است.

با توجه به آن که مقادیر (a_i) ، (a_o) ، (b_i) و (b_o) در هر یک از
سناریوها به

همچنین به
ها از یکسو و یکسان بودن اثر

جداره

سانتی متر در نظر
گرفته شده است. همچنین به منظور ایجاد شرایط جریان عبوری از

چاپ شده

ها مطابق

با سناریوهای تدوین شده، با استفاده از نرم افزار تحلیل گر آماری نسبت به تعیین میزان اثر پذیری هر یک از پارامترهای بدون بعد رابطه (۴) بر روی ضریب تخلیه جریان اقدام شده است و در نهایت تجزیه و تحلیل های لازم در راستای نقاط ضعف و قوت این نوع سرریز ارائه شده است. توابع خطای مورد استفاده برای تحلیل آماری روابط پیشنهادی جهت تخمین ضریب تخلیه جریان شامل: جذر میانگین مربعات خطا^۷، درصد میانگین خطا^۸

در مطالعات خود پیرامون آبگیرهای قائم نشان

دادند که به ازای اعداد و بر بزرگتر از ۱۲۰ اثر نیروی کشش سطحی قابل صرف نظر کردن است. تحقیقات انوار و همکاران^۵ (۱۹۷۸) پیرامون گرداب آزاد در آبگیرهای افقی نشان داد که به ازای اعداد رینولدز بزرگتر از $10^5 \times 1/1$ اثر نیروی لزوجت قابل چشم پوشی است. نتایج مطالعات اودگارد^۶ (۱۹۸۶) در خصوص اثر مقیاس در مدل سازی ورود هوا به هسته مرکزی گرداب به این نتیجه ختم شد که در صورتی

بینی شده در مبحث تحلیل

ابعادی و به منظور بررسی اثر شیب کلید (Z) سرریزهای تاج دندانهای و همچنین اثر تعداد سیکل آن بر ضریب تخلیه جریان، آزمایش ها مطابق با سناریوهای از پیش تعیین شده به اجرا درآمدند. محدوده تغییرات پارامترهای حاکم بر فضای پژوهش در جدول (۱) خلاصه شده اند.

مشاهدات آزمایشگاهی نشان داد که در شروع مرحله کارکرد سرریز، کنترل جریان توسط تاج سرریز صورت می گیرد. مشاهدات عینی در این مرحله، اثر نیروی کشش سطحی بر الگوی جریان عبوری از لبه سرریز را به خوبی نشان می دهند.

صورت شکل عمومی

رابطه (۴) نمایش داد:

$$C_d = f\left(\text{Re}, \text{We}, \frac{L}{D_i}, \frac{H}{P}\right) \quad (4)$$

بر این اساس به منظور بررسی ضریب تخلیه جریان

برای این منظور در هر

یک از شیب های کلید (Z) معادل ۰/۵، ۱ و ۱/۵، سرریزهایی با تعداد سیکل (n) معادل دو، چهار، شش و هشت ساخته شد.

7 - Root Mean Square Error

8 - Mean percentage Error

9 - Standard Error of Estimate

10 - Modeling Efficiency

لشکرآرا و شیخی: معرفی سرریز تاج دندانه‌ای و بررسی میزان ضریب...



الف



ب



ج

شکل ۳- نمایی از سیستم آزمایشگاهی و مدل‌های سرریز مورد استفاده (الف) - سرریزهای تاج دندانه‌ای با شیب کلید (Z) معادل ۰/۵، (ب) - سرریزهای تاج دندانه‌ای با شیب کلید (Z) معادل ۱، (ج) - سرریزهای تاج دندانه‌ای با شیب کلید (Z) معادل ۱/۵

جدول ۱- محدوده تغییرات پارامترهای حاکم بر فضای پژوهش

برخورد جت‌های دیواره‌ای را قبل از وقوع پدیده انسداد در کلید خروجی نشان می‌دهد.

اند، لذا ادامه

روند افزایش ارتفاع جریان بر روی تاج منجر به بروز پدیده انسداد در انتهای کلیدهای خروجی گردید. این موضوع در شکل (۴-ج) نمایش داده شده است. افزایش بار آبی منجر به تشدید مساله انسداد شده و این امر تا جایی ادامه می‌یابد که پس زدگی آب از یک سو و برخورد جت‌های عبوری از دیواره‌های جانبی کلیدهای خروجی از سوی دیگر منجر به تغییر رژیم جریان و تشکیل گرداب

در شکل (۴-الف) جدایی جریان و چسبندگی آن بلافاصله به جداره کلید خروجی، وجود نیروی کشش سطحی در این مرحله از آزمایش‌ها را گزارش می‌نماید. کشش ایجاد شده توسط جداره

بار

آبی جریان روی تاج سرریز منجر به کاهش اثر نیروی کشش سطحی شده و این امر منجر به تغییر آهنگ تغییرات ضریب تخلیه جریان از حالت صعودی به نزولی می‌شود. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که جت‌های جریان عبوری از روی تاج جداره‌های داخلی کلید خروجی به یکدیگر برخورد نموده و شرایط وقوع پدیده انسداد جریان را در درون کلید خروجی رقم بزنند. شکل (۴-ب) لحظه‌ی

کلید (Z) معادل $۱/۵$ در بار آبی نسبی $۰/۰۳$ تا میزان $۱/۰۲۵$ افزایش نشان می‌دهد. شرایط تشکیل انسداد و یا به اصطلاح قفل کلید خروجی در کلیه سناریوها به ترتیب در سرریزهای هشت، شش، چهار و دو سیکل رخ داده است. این امر نیز به دلیل کمتر بودن عرض نسبی کلیدهای خروجی در سرریزهای هشت سیکل در مقابل دو سیکل می‌باشد.

در سناریوی سوم شیب زیاد کلیدهای خروجی (Z) معادل $۱/۵$ در مقایسه با سناریوی اول با شیب کلید (Z) معادل $۰/۵$ نشان می‌دهد که انسداد کلید در سناریوی سوم تحت بار آبی بیشتری رخ می‌دهد لذا این موضوع حاکی از برتری نسبی شرایط هیدرولیکی سناریوی سوم در مقایسه با سناریوی اول می‌باشد.

می‌گردد. شکل (۴-د) تغییر رژیم جریان را از شرایط آزاد به تشکیل گرداب در دهانه سرریز مدور قائم گزارش می‌نماید.

پس از پردازش مشاهدات آزمایشگاهی، روند تغییرات ضریب تخلیه جریان در مقابل پارامتر (H/P) مورد ارزیابی قرار گرفت و بهترین منحنی از بین نتایج برازش داده شد. شکل‌های (۵) الی (۷) آهنگ تغییرات ضریب تخلیه جریان را در مقابل پارامتر (H/P) به ترتیب در شیب کلیدهای (Z) معادل با $۰/۵$ ، ۱ و $۱/۵$ نشان می‌دهند. همان گونه که قابل انتظار بود نیروی کشش سطحی منجر به بروز یک نقطه بیشینه در شکل‌های (۵) الی (۷) گردید.

ارزیابی‌های صورت گرفته حاصل از سناریوهای مختلف نشان داد که صرف نظر از میزان شیب کلیدها (Z)، با افزایش تعداد سیکل، ضریب تخلیه جریان افزایش می‌یابد. در شکل (۷) ملاحظه می‌گردد که ضریب تخلیه جریان در سرریز هشت سیکل با شیب

ب

الف

د

ج

شکل ۴- شرایط و خصوصیات هیدرولیکی جریان عبوری از سرریز تاج دندانه‌ای هشت سیکل الف)- رژیم آزاد و کنترل توسط تاج، ب)- برخورد جت‌های عبوری از دیواره‌های کلید خروجی، ج)- انسداد جریان در کلید خروجی، د)- تغییر رژیم جریان و تشکیل گرداب در دهانه سرریز

لشکرآرا و شیخی: معرفی سرریز تاج دندانه‌ای و بررسی میزان ضریب...

شیب‌های کلید (Z) مختلف نشان می‌دهد که افزایش شیب کف کلیدها منجر به کاهش اثر نیروی کشش سطحی بر ضریب تخلیه جریان می‌شود. در مجموع بررسی

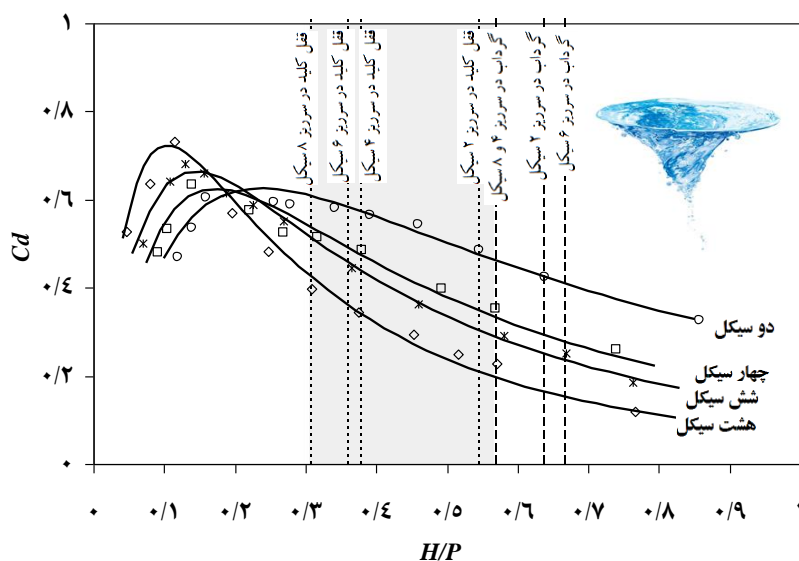
سزایی در میزان ضریب

تخلیه جریان در سرریزهای تاج دندانه‌ای دارند به گونه بارهای آبی کمتر باعث افزایش ضریب دبی و در بارهای آبی بیشتر باعث کاهش ضریب دبی جریان می‌شود.

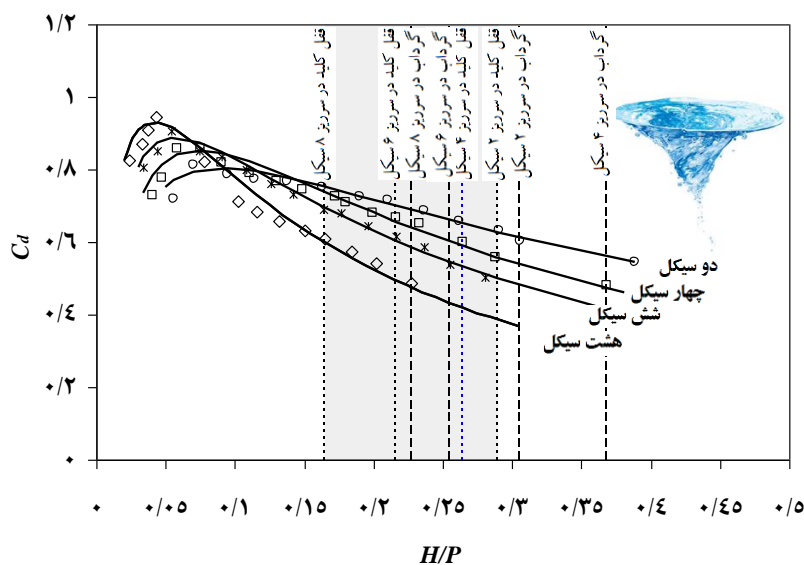
از طرفی مقایسه شکل‌های (۵) الی (۷) نشان می‌دهد که بازه تشکیل انسداد کلید خروجی در سناریوی سوم محدودتر از سناریوی اول می

از نقطه نظر بازه

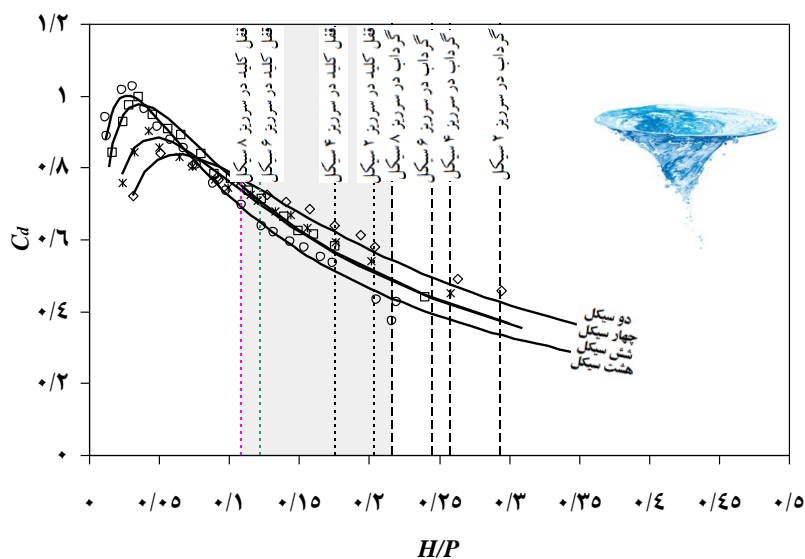
ها بیشتر است. بررسی‌های مشابه در خصوص آستانه تشکیل گرداب نشان داد که نتایج مشابهی از سرریزهای با شیب کلید معادل ۱/۵ نسبت به بقیه‌ی سناریوها قابل انتظار است. مقایسه‌ی منحنی‌های ضریب تخلیه‌ی جریان در سرریزهای تاج دندانه‌ای با تعداد سیکل مشابه و تحت



شکل ۵- روند تغییرات ضریب تخلیه جریان (Cd) در سرریز تاج دندانه‌ای با شیب کلید (Z) معادل ۰/۵



شکل ۶- روند تغییرات ضریب تخلیه جریان (Cd) در سرریز تاج دندانه‌ای با شیب کلید (Z) معادل یک



شکل ۷- روند تغییرات ضریب تخلیه جریان (C_d) در سرریز تاج دندانه‌ای با شیب کلید (Z) معادل ۱/۵

ضرورت ارزیابی اثر بخشی پارامترهای بدون بعد معرفی شده در رابطه (۴)

اند وجود دارد. با ت (در بیش از ۹۵ درصد مشاهدات آزمایشگاهی اعداد رینولدز و وبر در محدوده

از آنجایی که سرریز تاج دندانه‌ای با هدف افزایش ضریب تخلیه

حاصل از مقایسه عملکرد آن قابل انتظار است. برای این منظور ضرائب تخلیه سل از کلید ساهدات آزمایشگاهی تحت سناریوهای شیب کلید معادل ۰/۵ ، ۱ و ۱/۵ در سیکل‌های مختلف

حاکمی از برتری نسبی عملکرد سرریز تاج دندانه‌ای در مقایسه با سرریز مدور قائم با ورودی لبه تیز می‌باشد. نتایج این مقایسه در شکل (۸) نمایش داده شده است.

همان طوری که از شکل (۸) مشهود است در کلیه سناریوها ابتدا سرریز تاج دندانه‌ای

ای

دو سیکل گوی سبقت را از دیگر رقبای خود می‌ریابد.

سای باقیمانده

هر یک از

بر میزان

قرار گرفت.

برای این منظور از نرم افزار تحلیل گر آماری SPSS استفاده

گردید. روابط (۵) الی (۷) نشانگر نگاهت صورت گرفته بر فضای

بین پارامترهای مستقل و وابسته به ازای هر یک از شیب‌های

مختلف کلید می‌باشد:

$$Z=0.5 \text{ برای شیب کلید معادل}$$

$$C_d = 1.522 (H/P)^{0.003} (L/D)^{-0.788} (We)^{0.779} (Re)^{-0.52} \quad (5)$$

خروجی سرریز تاج دندانه‌ای به وقوع می‌پیوندد.

به‌منظور ارائه یک رابطه کلی برای تخمین ضریب تخلیه جریان در سرریزهای تاج دندانه‌ای تحت شرایط جریان آزاد،

لشکرآرا و شیخی: معرفی سرریز تاج دندانه‌ای و بررسی میزان ضریب...

از ۲۰ درصد داده‌هایی که هیچ نقشی در آموزش معادله‌های فوق نداشته

بینی پارامتر ضریب دبی جریان (C_d) در مقابل مشاهدات آزمایشگاهی نظیر آن اقدام

بینی پارامتر (C_d) در مراحل آموزش و آزمون در جدول (۲) خلاصه شده

برازش

داده شده از بین نتایج مندرج در شکل‌های (۹) و (۱۰) حاکی از توانایی مطلوب روابط معرفی شده برای

همچنین سیکل‌های مختلف تحت شرایط جریان آزاد می‌باشند.

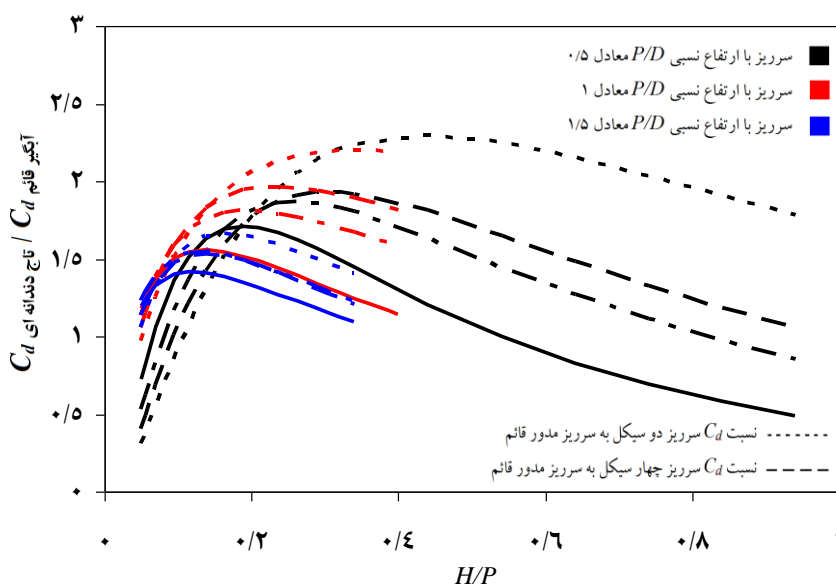
برای شیب کلید معادل $Z=1$

$$C_d = 1.087 (H/P)^{-0.04} (L/D)^{-0.664} (We)^{0.641} (Re)^{-0.41} \quad (6)$$

برای شیب کلید معادل $Z=1/5$

$$C_d = 1.864 (H/P)^{0.027} (L/D)^{-0.723} (We)^{0.719} (Re)^{-0.507} \quad (7)$$

در گام بعد به منظور ارزیابی توانایی روابط (۵) الی (۷) در تخمین ضریب تخلیه جریان در سرریزهای تاج دندانه‌ای، با استفاده



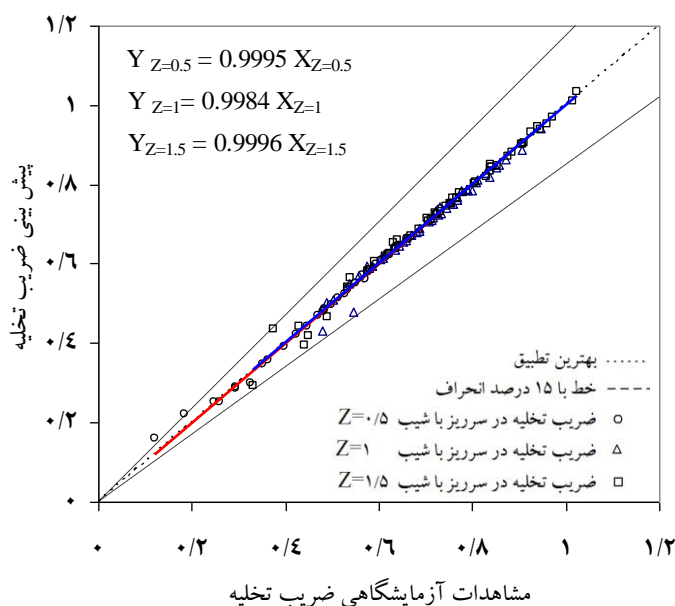
شکل ۸- مقایسه نسبت ضریب تخلیه جریان در سرریزهای تاج دندانه‌ای با سیکل‌های مختلف نسبت به ضریب تخلیه جریان سرریز مدور قائم

جدول ۲- توابع خطای حاصل از بکارگیری روابط (۵) الی (۷) در تخمین ضریب تخلیه جریان

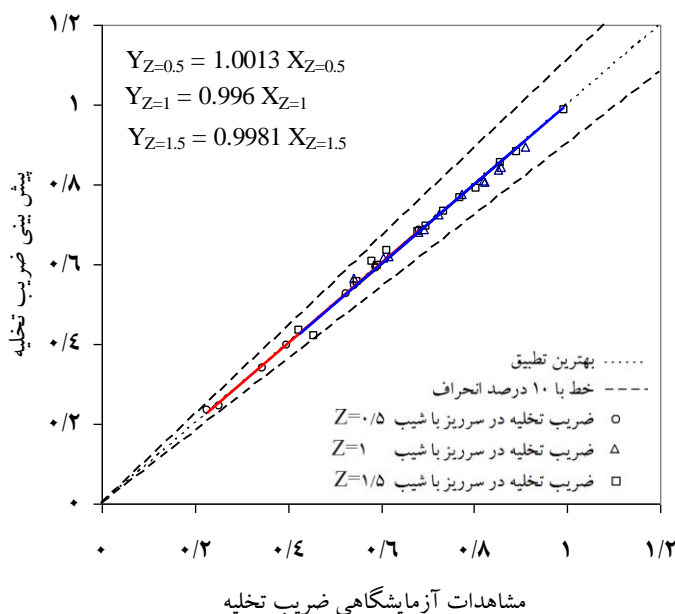
مرحله	پارامتر C_d	ریشه میانگین مربعات خطا	خطای حداکثر	ضریب وزن باقیمانده	راندمان معادله‌ها	ضریب زاویه
-------	---------------	-------------------------	-------------	--------------------	-------------------	------------

صحت

سنجی



شکل ۹- پیش بینی ضریب تخلیه جریان (C_d) توسط روابط (۵) الی (۷) در مقابل مقادیر مشاهداتی در مرحله واسنجی



شکل ۱۰- پیش بینی ضریب تخلیه جریان (C_d) توسط روابط (۵) الی (۷) در مقابل مقادیر مشاهداتی در مرحله صحت سنجی

(Z) تدوین گردید. سپس خصوصیات هیدرولیکی جریان در هر یک از سناریوهای اصلی با تعریف و آزمون چهار زیر سناریوی فرعی با ، ضریب دبی تخلیه جریان افزایش می‌یابد. همچنین در بار آبی کم، سرریز با تعداد

نتیجه گیری

در این پژوهش یک سرریز غیر خطی جدید تحت عنوان سرریز تاج دندان‌ای معرفی گردید و نسبت به بررسی خصوصیات شیب کف کلیدهای ورودی و خروجی

باشد می‌تواند به‌عنوان یک گزینه مطلوب مطرح گردد.

سپاسگزاری

بدینوسیله نگارندگان این مقاله از دانشگاه صنعتی جندی شاپور به پاس فراهم آوردن امکان استفاده از آزمایشگاه هیدرولیک و مهندسی رودخانه و همچنین تأمین منابع مالی کمال تشکر و قدردانی را می‌نمایند.

سیکل بیشتر از عملکرد مناسب‌تری برخوردار است. در بارهای آبی زیاد، شکل هندسی خاص سرریزهای با تعداد سیکل کمتر منجر به جذب خطوط جریان شده و خاصیت گرداب شکنی سرریز خصوصاً سرریز دو سیکل منجر به تولید یک ارتفاع اضافی در بار آبی و افزایش ضریب تخلیه جریان می‌شود. مقایسه نتایج کلیه نمونه

بدون شک سرریز تاج دندانهای به‌عنوان یک رقیب شکست ناپذیر گوی سبقت را از آن می‌رباید. لذا در مجموع در مکان‌هایی که نیاز به حضور یک سرریز به‌عنوان سرریز فرعی و اضطراری وجود داشته

منابع

- ۱- نصیری، س.، کبیری سامانی، ع. و ک. اصغری. ۱۳۹۵. مدل سازی عددی میدان جریان در اطراف سرریزهای مدور قائم با ورودی کلید پیاپنوی. نشریه علمی پژوهشی هیدرولیک، ۱۱(۱)، ۵۳-۶۶.
 - ۲- نیک صفت، غ. ۱۳۸۰. تئوری و کاربرد مدل‌های هیدرولیک در طراحی سازه‌های آبی. نشریه شماره ۴۱، وزارت نیرو کمیته ملی سدهای بزرگ ایران.
 - 3- Anderson, R. and B. Tullis. 2011. Influence of Piano Key Weir geometry on discharge. Proceeding International Workshop on Labyrinth and Piano Key Weirs. Liege Belgium.
 - 4- Anwar, H.O. Weller, J.A. and M. B, Amphlett, 1978. Similarity of free vortex at horizontal intake.
- of Hydraulic Engineering, 104(10): 1429-1445.
- 8- Odgaard, A. 1984. Free-surface air core vortex. Journal of Hydraulic Engineering, 112(7): 610-620.
 - 9- Kabiri-Samani, A. and A. Javaheri. 2012. Discharge coefficient for free and submerged flow over Piano Key weirs. Journal of Hydraulic Research, 50(1): 114-120.
 - 10-Keller, J., Moller, G. and R. M. Boes. 2014. PIV measurements of air-core intake vortices. Flow Measurement and Instrumentation, (4): 78-81.
 - 11-Lemperiere, F. and A. Ouamane. 2003. The piano keys weir: A new cost-effective solution for spillways, International Journal of Hydropower and Dams, 10(5): 144-149.
 - 12-Lemperiere, F., Vigny, J.P., and A. Ouamane. 2011. General comments on Labyrinth and Piano Key Weirs: The past and present. Proceedings International Conference. Labyrinth and Piano Key Weirs Liege B, 17-24, CRC Press, Boca Raton, FL.
 - 13-Leite Ribeiro, M., Bieri, M., Boillat, J. L., Schleiss, A. J., Delorme, F. and F. Laugier. 2009. Hydraulic capacity improvement of existing spillways. Design of Piano Key Weirs, In Proceedings of 23rd Congress of CIGB/ICOLD, Brasilia.
 - 14-Leite Ribeiro, M., Pfister, M., Schleiss, A.J. and J.L. Boillat. 2012. Hydraulic design of A-type Piano Key Weirs. Journal of Hydraulic Research, 50(4): 400-408.

- 15-Shemshi, R. and A. Kabiri-Samani. 2016. Swirling flow at vertical shaft spillways with circular piano-key inlets. *Journal of Hydraulic Research*, 55(1): 1-11.
- 16-Taylor, G. 1968. The performance of labyrinth weirs. Doctoral Dissertation, University of Nottingham.
- 17- Vischer, D. L., and W.H., Hager. 1998. Dam hydraulics. Wiley Series in Water Resources Engineering,