

# اثر تعداد روزهای مرطوب مجاور بر توزیع مقادیر بارش

بهنام آبابایی<sup>۱\*</sup>، تیمور سهرابی<sup>۲</sup> و فرهاد میرزایی<sup>۳</sup>

\*۱- نویسنده مسئول، باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران Behnam.ab@gmail.com  
۲ و ۳- به ترتیب، استاد و استادیار گروه آبیاری و آبادانی، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۹۰/۲/۱۴

تاریخ دریافت: ۸۸/۱۲/۱۰

## چکیده

مقدار بارش در روزهای مرطوب منفرد (کلاس صفر) معمولاً کمتر از مقدار بارش در روزهایی است که در میان روزهای مرطوب دیگر واقع شده‌اند (کلاس دو). همین ویژگی در روزهای اول و آخر سری روزهای مرطوب (کلاس یک) نیز دیده می‌شود و مقدار بارش در این روزها از روزهای کلاس دو کمتر است. در بسیاری از مناطق، اختلاف مقدار متوسط بارش در این کلاس‌ها قابل توجه است. در این مطالعه، اطلاعات بارش روزانه پنج ایستگاه گرگان، بابلسر، نوشهر، رامسر و بندرانزلی در شمال و شمال غربی ایران، براساس تعداد روزهای مرطوب مجاور، به کلاس‌های صفر، یک و دو تقسیم‌بندی شدند. به منظور بررسی اثر تعداد روزهای مرطوب مجاور بر روی توزیع مقادیر بارش، توزیع‌های مختلف بر روی سه مجموعه داده مورد آزمون قرار گرفتند: ۱) تمامی کلاس‌های بارش در کنار یکدیگر، ۲) کلاس صفر جداگانه و کلاس یک و دو در کنار یکدیگر و ۳) هر کلاس بصورت جداگانه. نتایج مطالعه نشان داد که استفاده از مدل‌های مجزا برای کلاس‌های مختلف بارندگی در تمامی ایستگاه‌ها منجر به برازش بهتری می‌شود. مقدار شاخص AIC در مدل‌های مورد آزمون، با تفکیک کلاس‌ها کاهش معنی‌دار پیدا کرد. در بین چهار توزیع مورد بررسی (گاما، لوگ نرمال، نمایی مرکب و ویبول)، در اکثر موارد توزیع نمایی مرکب و در یک مورد، توزیع لوگ نرمال دارای عملکرد بهتری بود.

کلید واژه‌ها: کلاس‌های بارندگی، توزیع مقادیر بارش، روزهای مرطوب مجاور، آزمون نسبت لگاریتم درستی.

## مقدمه

(سوئیفت و شردر<sup>۱۴</sup>، ۱۹۸۱)، لوگ‌نرمال<sup>۱۵</sup> (کدم و همکاران<sup>۱۶</sup>، ۱۹۹۰)، نمایی مرکب<sup>۱۷</sup> (وولیزر و رولدان<sup>۱۸</sup>، ۱۹۸۲؛ چپمن<sup>۱۹</sup>، ۱۹۹۷ و ۱۹۹۸؛ ویلکس<sup>۲۰</sup>، ۱۹۹۹)، ویبول<sup>۲۱</sup> (مک‌کاو و همکاران<sup>۲۲</sup>، ۲۰۰۳؛ شاردا و داس<sup>۲۳</sup>، ۲۰۰۵) و نرمال چوله<sup>۲۴</sup> (چپمن، ۱۹۹۷ و ۱۹۹۸) نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

بارندگی ممکن است در هر ساعتی در طول روز به وقوع پیوسته و می‌تواند برای چند ساعت و یا چند روز ادامه یابد. کول و شریف<sup>۲۵</sup> (۱۹۷۲) برای مدل‌سازی بارش روزانه از مدل‌های مختلفی برای روزهای بارش منفرد، روز اول بارش در یک سری روزهای مرطوب و سایر روزها در یک سری روزهای مرطوب

مدل‌سازی اطلاعات بارندگی به ویژه مقادیر بارش در مطالعات هیدرولوژی، کشاورزی و طراحی پروژه‌های زهکشی، سیستم‌های مدیریت اراضی و دیگر پروژه‌های زیست‌محیطی دارای اهمیت زیادی می‌باشد. مقدار بارش معمولاً با استفاده از یک توزیع گامای<sup>۲</sup> پارامتری<sup>۱</sup> مدل می‌شود (ایسان و همکاران<sup>۲</sup>، ۱۹۷۱؛ کتز<sup>۳</sup>، ۱۹۷۷؛ بویشاندا<sup>۴</sup>، ۱۹۷۸؛ اشترن و کو<sup>۵</sup>، ۱۹۸۴؛ آکسوی<sup>۶</sup>، ۲۰۰۰؛ می<sup>۷</sup>، ۲۰۰۴؛ آزبورن<sup>۸</sup>، ۲۰۰۹؛ جونز و همکاران<sup>۹</sup>، ۲۰۱۰). توزیع‌های تئوری دیگری نظیر توزیع نمایی<sup>۱۰</sup> (تودولویچ و وولیزر<sup>۱۱</sup>، ۱۹۷۵)، کاپا<sup>۱۲</sup> (میلک<sup>۱۳</sup>، ۱۰۷۳)،  $S_B$

14. Swift and Schreuder
15. Lognormal distribution
16. Kedem et al.
17. Mixed exponential distribution
18. Woolhiser and Roldan
19. Chapman
20. Wilks
21. Weibul distribution
22. Mckague et al.
23. Sharda and Das
24. Skewed normal distribution
25. Cole and Sherriff

1. Two-parameter gamma distribution
2. Ison et al.
3. Katz
4. Buishand
5. Stern and Coe
6. Aksoy
7. May
8. Osborn
9. Jones et al.
10. Exponential distribution
11. Todolovic and Woolhiser
12. Kappa
13. Mielke

### ایستگاه‌های مورد مطالعه

در این مطالعه، اطلاعات روزانه بارندگی مربوط به پنج ایستگاه شمال و شمال غربی کشور مورد استفاده قرار گرفتند. این ایستگاه‌ها عبارتند از: گرگان، بابلسر، نوشهر، رامسر و بندر انزلی. برخی مشخصات آماری این ایستگاه‌ها در جدول ۱ آورده شده است.

### روش‌ها

سری روزانه بارندگی  $T$  به روش بوشاند (۱۹۷۸) به سه کلاس طبقه بندی شد: ۱) روزهای مرطوب منفرد<sup>۴</sup>، ۲) روزهای مرطوب که از یک سمت به یک روز مرطوب دیگر مرتبط هستند، و ۳) روزهای مرطوبی که در میان دو روز مرطوب دیگر واقع شده‌اند. بر این اساس، مقدار بارندگی در روزهای مختلف به سه کلاس صفر، یک و دو تقسیم‌بندی شد.

### آزمون تکوینی برازش کولموگروف-اسمیرنوف<sup>۵</sup>

آزمون دوطرفه کولموگروف-اسمیرنوف (کونور<sup>۶</sup>، ۱۹۹۹) به منظور تعیین احتمال اینکه اطلاعات موجود در دو کلاس مختلف بارش از توابع توزیع تجربی یکسان گرفته شده‌اند (دارای توزیع تجربی مشابه هستند) مورد استفاده قرار گرفت (سپه‌ایا و جیمین، ۲۰۰۹). این آزمون براساس حداکثر اختلاف بین توابع توزیع تجربی مربوط به دو نمونه مورد بررسی عمل می‌کند (رابطه ۱):

$$D = \sup_x |E_1(x) - E_2(x)| \quad (1)$$

که  $E_1$  و  $E_2$  توابع توزیع تجربی مربوط به دو نمونه (دو کلاس) مورد مقایسه می‌باشند. فرض صفر در این آزمون این است که نمونه‌ها، دارای توزیع تجربی مشابهی هستند و در صورتی که مقدار  $D$  از مقدار آستانه آزمون در سطح معنی‌دار پنج درصد بیشتر باشد، این فرض رد می‌شود (نمونه‌ها دارای توزیع تجربی مشابهی نیستند).

### آزمون مدل‌ها با استفاده از روش نسبت لگاریتم درستنمایی<sup>۷</sup>

چهار مدل مختلف برای شبیه‌سازی مقادیر بارندگی مورد ارزیابی قرار گرفتند: ۱) توزیع ۲ پارامتری گاما، ۲) توزیع ۲ پارامتری ویبول، ۳) توزیع ۲ پارامتری لوگ‌نرمال و ۴) توزیع ۳ پارامتری نمایی مرکب. توزیع نمایی مرکب، از ترکیب دو توزیع نمایی یک پارامتری حاصل می‌شود. در این توزیع، پارامتر  $p$  احتمال اختلاط را مشخص می‌کند که نشان‌دهنده وزن یک توزیع نمایی نسبت به توزیع دیگری است. توزیع نمایی مرکب

استفاده کردند. بوشاند (۱۹۷۸) به همین روش عمل کرده و مقدار متوسط بارندگی در یک روز مرطوب را به موقعیت قرارگرفتن آن روز در یک سری روزهای مرطوب مرتبط کرد. وی روزهای مرطوب (با بارندگی بیشتر از صفر میلی‌متر) را به سه کلاس طبقه‌بندی کرد. روزهای مرطوب منفرد (کلاس صفر)، روزهای مرطوبی که از یک سمت به روز مرطوب دیگری مرتبط هستند (کلاس یک) و روزهای مرطوبی که در میان دو روز مرطوب دیگر واقع شده‌اند (کلاس دو). نتایج مطالعه وی نشان داد که اختلاف معنی‌دار بین مقدار متوسط بارندگی در این سه کلاس وجود دارد. مطالعات دیگری که توسط چپمن (۱۹۹۷ و ۱۹۹۸) انجام شد، اثر تعداد روزهای مرطوب متوالی بر روی توزیع مقدار بارندگی در چندین ایستگاه هواشناسی در کشور آفریقای جنوبی مورد تحلیل قرار گرفت. چپمن دریافت مدلهایی که کلاس‌های مختلف روزهای مرطوب را به صورت جداگانه در نظر می‌گیرند، معمولاً دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل‌هایی هستند که همه روزهای مرطوب را با هم در نظر می‌گیرند، همچنین، هر مدلی که اختلاف بین کلاس‌های مختلف روزهای مرطوب را لحاظ نکند، ممکن است مقدار بارش در روزهای مرطوب منفرد (کلاس صفر) را بیشتر از مقدار واقعی و مقدار بارش در روزهای مرطوب کلاس دو را کمتر از مقدار واقعی برآورد کند. سپه‌ایا و جیمین<sup>۱</sup> (۲۰۰۹) با تفکیک روزهای مرطوب سال به سه کلاس، به بررسی اثر این تفکیک بر روی انتخاب بهترین مدل بارندگی در مالزی پرداختند. ایشان با مقایسه ۶ مدل مختلف، نشان دادند که در اکثر موارد مدل نمایی مرکب نسبت به سایر مدل‌ها از عملکرد بهتری برخوردار است. همچنین نتایج مطالعه آنها نشان داد که در بسیاری از ماه‌های سال، بین تابع توزیع تجربی کلاس‌های مختلف بارندگی، تفاوت معنی‌دار وجود دارد (آزمون کولموگروف-اسمیرنوف<sup>۲</sup>). همچنین اختلاف بین مقدار معیار  $AIC^3$  (به بخش ۲.۳ مراجعه شود) مربوط به مدل‌های مختلف و کلاس‌های مختلف بارندگی را در اکثر موارد معنی‌دار تشخیص دادند.

هدف از مطالعه پیش روی، پاسخ به این پرسش است که آیا مدل‌هایی که روزهای بارندگی را به کلاس‌های مختلف تقسیم بندی می‌کنند، قابلیت برازش بهتری نسبت به مدل‌هایی دارند که اطلاعات بارندگی را در کنار یکدیگر (بدون کلاس بندی) لحاظ می‌کنند. این مسئله به ویژه در تهیه اطلاعات بارندگی به منظور شبیه‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیک مانند رواناب، نفوذ و تغذیه آبهای زیرزمینی و نیز شبیه‌سازی فرآیند رشد در مدل‌های زراعی از اهمیت زیادی برخوردار است.

4. Solitary wet days  
5. Kolmogorov-Smirnov goodness-fit test  
6. Conver  
7. Log-likelihood ratios

1. Suhaila and Jemain  
2. Kolmogorov-Smirnov test  
3. Akaike Information Criterion

جدول ۱- مشخصات آماری ایستگاه‌های مورد مطالعه

گرگان	بابلسر	نوشهر	رامسر	انزلی	
۵۰	۴۵	۲۹	۵۱	۴۵	تعداد سالهای آماری
۶۱۸	۹۰۲	۱۱۰۴	۱۲۱۳	۱۷۰۵	متوسط بارندگی سالانه (میلی‌متر)
۶/۲۶	۹/۵۲	۱۰/۴۵	۱۰/۳۲	۱۳/۴۹	متوسط بارندگی روزانه در روزهای مرطوب (میلی‌متر)
۸/۹۶	۱۵/۳۶	۱۸/۳۳	۲۰/۶۳	۲۱/۱۱	انحراف استاندارد بارندگی روزانه در روزهای مرطوب (میلی‌متر)
۱۰۰	۹۷	۱۲۴	۱۱۹	۱۳۴	متوسط تعداد روزهای مرطوب در سال

بهترین مدل براساس حداقل معیار AIC (آکایک<sup>۱</sup>، ۱۹۷۴) به شرح زیر انتخاب شدند:

$$AIC = -2 \log L + 2k \quad (۳)$$

که در آن، L حداکثر تابع درست‌نمایی و k نشان دهنده تعداد پارامترهای مدل می‌باشد. AIC معمولاً به عنوان بهترین معیار برای انتخاب مدل آماری، به ویژه زمانی که مدل‌های پیچیده مورد آزمون قرار دارند استفاده می‌شود. زیرا براساس تعداد پارامترهای مورد نیاز مدل، یک جریمه در نظر می‌گیرد. به نحوی که ترجیح با انتخاب مدلی است که پارامترهای کمتری دارد. همچنین، مدل‌های خیلی ساده به مقادیر AIC بالا منجر می‌شوند. بنابراین معیار AIC تعادلی بین خطای آموزش مدل و خطای ناشی از پیچیدگی مدل برقرار می‌سازد. با این حال، این سوال مطرح می‌شود که آیا اختلاف بین مقادیر AIC مربوط به بهترین مدل برای هریک از مجموعه داده‌ها، معنی‌دار است یا خیر. بنابراین آزمون نسبت درست‌نمایی برای ارزیابی اختلاف آماری مدل‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفت. فرض کنید که برای دو مدل مختلف، معیار AIC به شرح زیر محاسبه می‌شود (سهیلا و جیمین، ۲۰۰۹):

$$\begin{aligned} AIC_1 &= -2 \log L_1 + 2k_1 \\ AIC_2 &= -2 \log L_2 + 2k_2 \end{aligned} \quad (۴)$$

بنابراین، آزمون نسبت لگاریتم درست‌نمایی را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} -2(\log L_1 - \log L_2) &= \\ AIC_1 - AIC_2 + 2(k_2 - k_1) & \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن،  $k_1$  و  $k_2$  تعداد پارامتر هر مدل می‌باشند. اختلاف بین مقادیر AIC بین سه مجموعه داده مورد بررسی زمانی معنی‌دار است که بیشتر از مقدار  $\chi^2_{k_2-k_1}$  باشد. به عنوان مثال، مدل سه پارامتری نمایی مرکب را در نظر بگیرید. برای هریک از مجموعه

حاصل ترکیب دو توزیع نمایی با پارامترهای مقیاس<sup>۱</sup>  $\beta_1$  و  $\beta_2$  با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} f(x) &= \left( \frac{p}{\beta_1} \right) \exp\left[ \frac{-x}{\beta_1} \right] + \left( \frac{1-p}{\beta_2} \right) \exp\left[ \frac{-x}{\beta_2} \right] \quad (۲) \\ 0 &\leq p \leq 1, \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, x > 0 \end{aligned}$$

برای هر ماه، پارامترهای هر توزیع به صورت جداگانه و به روش حداکثر درست‌نمایی محاسبه شدند. معادلات درست‌نمایی برای توزیع نمایی مرکب به روش جستجوی سیمپلکس<sup>۲</sup> (لاگاریاس و همکاران<sup>۳</sup>، ۱۹۹۸) حل شد. این روش، یک روش جستجوی مستقیم است که از گرادینت‌های عددی یا تحلیلی استفاده نمی‌کند. معادلات مربوط به توزیع‌های دیگر به روش برنامه‌ریزی درجه ۲ سلسله‌مراتبی<sup>۴</sup> (SQP) حل شدند. در این روش در هر تکرار یک زیربرنامه برنامه‌ریزی درجه ۲ (QP) حل می‌شود (فلچر و پاول<sup>۵</sup>، ۱۹۶۳؛ گلدفارب<sup>۶</sup>، ۱۹۷۰). سپس، از یک تابع مشابه تابع پیشنهادی هان<sup>۷</sup> (۱۹۷۷) و پاول<sup>۸</sup> (۱۹۷۸) به منظور جستجوی خطی استفاده می‌گردد (جزئیات بیشتر در اندرسون و اندرسون<sup>۹</sup>، ۱۹۹۵). به منظور اطمینان از حصول مقدار بهینه مطلق، فرآیند جستجو با استفاده از مقادیر اولیه متفاوت اجرا شد. چهار توزیع مورد نظر با استفاده از مقادیر بارندگی مربوط به سه مجموعه داده مورد ارزیابی قرار گرفتند:

مجموع داده a): تمامی کلاس‌های بارندگی همزمان در نظر گرفته شد.

مجموع داده b): کلاس روزهای مرطوب منفرد (کلاس صفر) جداگانه و کلاس‌های یک و دو همزمان در نظر گرفته شدند.

مجموع داده c): هریک از کلاس‌ها جداگانه در نظر گرفته شد (پارامترهای توزیع‌های مورد نظر برای هر کلاس جداگانه محاسبه شدند).

- Scale parameter
- Simplex search method
- Lagarias et al.
- Sequential quadratic programming
- Fletcher and Powell
- Goldfarb
- Han
- Powell
- Anderson and Anderson

مقدار واقعی برآورد شود و نیز درصدی از بارندگی کلاس دو را که ممکن است با این کار کمتر از مقدار واقعی تخمین زده شود را مشخص کرد. با این حال، سهیلا و جیمین (۲۰۰۹) پیشنهاد می‌کنند که به جای این روش، از روش دیگری استفاده شود. ایشان از مقدار متوسط ماهانه بارندگی در کلاس‌های مختلف نسبت به متوسط کلی بارندگی در هر ماه برای هر ایستگاه استفاده کردند. با متوسط‌گیری در بین تمامی ایستگاه‌های واقع در یک منطقه، می‌توان به سادگی اختلاف بین مدل‌های مختلف را تحلیل کرد. در این مطالعه، از مقایسه مقدار متوسط ماهانه بارندگی کلاس‌های مختلف با متوسط کلی بارندگی استفاده گردید.

### نتایج و بحث

#### آزمون تکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف

این آزمون به منظور تعیین اختلاف معنی‌دار بین کلاس‌های مختلف بارندگی مورد استفاده قرار گرفت. برای هر ایستگاه، مقایسه دو به دو بین کلاس‌های بارش برای هر ماه انجام گرفت. تعداد ماه‌هایی که در آنها اختلاف معنی‌دار تشخیص داده شد، در جدول ۲ آورده شده است. آن چنان که از ارقام این جدول مشخص است، بیشترین اختلاف معنی‌دار بین کلاس‌های صفر و دو و کمترین اختلاف‌ها بین کلاس‌های صفر و یک تشخیص داده شده است. در بین ایستگاه‌ها نیز بیشترین تعداد اختلاف معنی‌دار در ایستگاه رامسر و کمترین آن در ایستگاه گرگان دیده می‌شود. این ترتیب با ترتیب کثرت مقدار انحراف استاندارد بارش در ایستگاه‌های مختلف هم‌خوانی دارد (شکل ۱). با توجه به اعداد جدول ۲ می‌توان دریافت که با افزایش انحراف استاندارد کلی بارندگی (شامل تمامی کلاس‌ها) که غالباً با افزایش انحراف استاندارد کلاس‌های بارندگی نیز همراه است، تعداد اختلاف‌های معنی‌دار بین کلاس‌ها افزایش یافته است.

اختلاف بین مقادیر متوسط بارندگی در کلاس‌های مرطوب را می‌توان به مدت و مکانیزم تولید بارندگی در این کلاس‌ها مرتبط دانست. بوشاند (۱۹۷۸) بیان می‌دارد زمانی که مقدار بارندگی در بازه‌های زمانی غیرپیوسته بررسی می‌شود، مشکلی که وجود دارد این است که روز اول و روز آخر یک سری روزهای مرطوب، بخشی از دوره خشک قبلی یا بعدی را در بر می‌گیرد. بنابراین ممکن است که این سؤال پیش بیاید که آیا مقدار بارش در این روزها نسبت به روزهای دیگر یک سری مرطوب متفاوت است؟ روزهای بارندگی کلاس صفر، معمولاً از بارش‌های همرفتی<sup>۱</sup> ناشی می‌شوند که تنها برای چند ساعت امتداد می‌یابند. حال آنکه بارش‌های کلاس دو می‌توانند برای چند روز متوالی ادامه داشته باشند. در چنین شرایطی، متوسط بارش در روزهای کلاس صفر معمولاً کمتر از روزهای کلاس یک و دو خواهد بود (سهیلا و جیمین، ۲۰۰۹).

داده‌ها، تعداد کل پارامترها (هر ماه پارامترهای جداگانه) عبارت است از:

مجموع داده a: تمامی کلاس‌های بارندگی همزمان در نظر گرفته شوند:  $36 = 3 \times 12$ .

مجموع داده b: کلاس روزهای مرطوب منفرد (کلاس صفر) جداگانه و کلاس‌های یک و دو همزمان در نظر گرفته شوند:  $72 = 12 \times (3+3)$ .

مجموع داده c: هر یک از کلاس‌ها جداگانه در نظر گرفته شوند:  $108 = 12 \times (3+3+3)$ .

پارامترها و مقادیر AIC مربوط به ماه‌هایی که هیچ بارشی در آنها واقع نشده باشد در این محاسبه لحاظ نمی‌شوند. بنابراین، مقدار AIC برای هر یک از مجموعه داده‌ها، برابر است با مجموع AIC آن مدل در تمامی ماه‌ها. مقایسه بین سه مجموعه داده، به شکل زیر انجام می‌شود:

$$\begin{aligned} AIC_a - AIC_b + 2(72 - 36) &\rightarrow \chi_{36}^2(0.05) \\ AIC_a - AIC_c + 2(108 - 36) &\rightarrow \chi_{72}^2(0.05) \\ AIC_b - AIC_c + 2(108 - 72) &\rightarrow \chi_{36}^2(0.05) \end{aligned} \quad (6)$$

که زیرنویس a، b و c اشاره به هر یک از مجموعه داده‌ها دارند. بعنوان مثال، اگر مقدار اختلاف مقادیر AIC بین مدل‌های مربوط به مجموعه داده‌های a و c بیشتر از مقدار  $\chi_{k-2-k}^2$  باشد، مشخص می‌شود که بهتر است از توزیع‌های مختلف برای هر یک از کلاس‌های بارندگی استفاده شود. زیرا اختلاف بین مقادیر AIC معنی‌دار است.

در بخش دیگری از مطالعه، به جای در نظر گرفتن تمامی ماه‌های سال در مقایسه مجموعه داده‌های مختلف، مقایسه به صورت ماه به ماه انجام گرفت. روش انجام کار درست مانند روش فوق‌الذکر است. با این تفاوت که شمارش پارامترهای مدل و محاسبه شاخص AIC در مقیاس ماهانه انجام می‌شود و به جای سه مقایسه، تعداد ۳۶ مقایسه (۱۲ ماه، ۳ مجموعه داده) برای هر یک از ایستگاه‌ها انجام می‌شود. به دلیل کثرت حجم محاسبات، این مقایسه تنها برای بهترین توزیع که از مقایسه قبلی تعیین شد صورت گرفت.

#### درصد هر کلاس بارش نسبت به متوسط بارندگی

چپمن (۱۹۹۸) پیشنهاد می‌کند که اثر قرار گرفتن روزهای مرطوب در کنار یکدیگر بر روی توزیع مقادیر بارندگی را می‌توان با در نظر گرفتن نسبت بین کمترین مقدار متوسط بارندگی ماهانه مربوط به کلاس صفر یا بیشترین مقدار متوسط بارندگی ماهانه مربوط به کلاس دو و متوسط کلی بارندگی (متوسط بارندگی روزانه) با در نظر گرفتن تمامی کلاس‌ها) مورد ارزیابی قرار داد. براساس این نسبت‌ها، می‌توان درصدی از بارندگی کلاس صفر که ممکن است با در نظر گرفتن همزمان تمامی کلاس‌ها بیشتر از

## جدول ۲- نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف برای مقایسه کلاس‌های مختلف بارش

نام ایستگاه	گرگان	بابلسر	نوشهر	رامسر	انزلی
کلاس صفر و یک	۲	۲	۹	۹	۷
کلاس صفر و دو	۶	۱۰	۹	۱۲	۱۲
کلاس یک و دو	۳	۸	۴	۹	۹

صورتی که تمامی ماه‌های سال به صورت همزمان در محاسبه اختلاف دو مجموعه داده در نظر گرفته شوند، در تمام موارد بهترین عملکرد مربوط به زمانی می‌شود که کلاس‌های بارندگی بصورت جداگانه در نظر گرفته شوند (مجموعه داده C). پس از مقایسه اثر تفکیک کلاس‌های بارندگی بر روی توزیع بارندگی، مشخص گردید که توزیع نمایی مرکب در بین توزیع‌های مورد مطالعه در اکثر موارد بهترین برازش را داشته است. بنابراین، مقایسه ماه به ماه تنها برای این توزیع صورت پذیرفت. جدول ۴ نتیجه این مقایسه بین مجموعه داده‌های سه گانه و برای توزیع نمایی مرکب را نشان می‌دهد. نتایج این جدول نشان می‌دهد که در تمامی ایستگاه‌ها، اختلاف‌های معنی‌داری بین سه مجموعه داده وجود دارد. سطر و ستون آخر این جدول، تعداد اختلاف‌های معنی‌دار را به ترتیب برای هر ماه و هر مقایسه نشان می‌دهند. با مراجعه به اعداد سطر آخر جدول، مشخص می‌شود که بیشترین تعداد اختلاف‌های معنی‌دار، بین مجموعه داده های a (تمامی کلاس‌ها با هم) و c (هر کلاس جداگانه) دیده می‌شود. هرچند که در بین ماه‌ها و ایستگاه‌های مورد بررسی، الگوی مشخصی از افزایش یا کاهش تعداد اختلاف‌های معنی‌دار دیده نمی‌شود و هیچ همبستگی بین مقدار متوسط بارندگی و افزایش یا کاهش این تعداد قابل تشخیص نیست. در مجموع، از بین ۱۸۰ مقایسه انجام شده برای توزیع نمایی مرکب (۱۲ ماه  $\times$  ۳ مقایسه  $\times$  ۵ ایستگاه)، تعداد ۱۳۵ مقایسه دارای اختلاف معنی‌دار بودند.

## اثر تعداد روزهای مرطوب مجاور بر روی توزیع مقدار بارندگی

آن چنان که قبلاً گفته شد، اختلاف بین توزیع مقدار بارش‌هایی که براساس تعداد روزهای مرطوب مجاور طبقه‌بندی شده‌اند، این است که معمولاً متوسط ماهانه بارندگی روزانه در کلاس صفر و در کلاس دو، به ترتیب کمتر و بیشتر از مقدار متوسط کلی بارش روزانه است. مقادیر متوسط نسبت‌های ماهانه بین متوسط عمق بارش در هر کلاس و متوسط کلی عمق بارش در بین ایستگاه‌ها متفاوت هستند. به ویژه نسبت‌های کلاس صفر و کلاس دو با یکدیگر اختلاف قابل توجهی دارند (جدول ۵). در ایستگاه‌های گرگان و بابلسر، کمترین مقدار نسبت‌های ماهانه برای کلاس صفر مربوط به ماه ۸ (سپتامبر) است (به ترتیب ۰/۶۵ و ۰/۵). بنابراین، در مدل‌هایی که تمامی کلاس‌های بارندگی را همزمان در نظر می‌گیرند (بدون تفکیک کلاس‌ها)، بارش‌های کلاس صفر در این ماه‌ها به ترتیب و به طور متوسط، ۱/۵۴ و ۲/۰۲ برابر بزرگتر تخمین زده می‌شود (چپمن، ۱۹۹۸). کمترین

به طور متوسط، مدت زمان بارش در روزهای کلاس یک نیز از روزهای کلاس دو کمتر است. بنابراین، با افزایش تعداد روزهای مرطوب مجاور، متوسط روزانه مقدار بارندگی نیز افزایش می‌یابد (بوشاند، ۱۹۷۸؛ چپمن، ۱۹۹۸). با این حال، سهیلا و جیمین (۲۰۰۹) با بررسی برخی ایستگاه‌های کشور مالزی نشان دادند که در این ایستگاه‌ها از بسیاری از ماه‌ها، متوسط بارش‌های کلاس صفر بیشتر از بارش‌های کلاس دو بوده است. با توجه به شکل ۲، در ایستگاه‌های نوشهر، رامسر و انزلی، مقدار متوسط بارش‌های کلاس صفر در تمامی ماه‌ها کمتر از مقادیر بارش در کلاس‌های دیگر است و در ایستگاه‌های گرگان و بابلسر نیز تنها در یک ماه (اکتبر، مهر و آبان) این وضعیت برقرار نیست. نکته قابل توجه، تفاوت قابل ملاحظه مقادیر متوسط بارش در کلاس صفر با مقادیر بارش در کلاس دو است. این اختلاف به ویژه در ایستگاه‌های نوشهر، رامسر و انزلی بیشتر از دو ایستگاه دیگر قابل تشخیص است. همچنین دیده می‌شود که کمترین مقدار متوسط ماهانه بارش‌ها مربوط به کلاس صفر است و این مسئله در تمامی ایستگاه‌ها دیده می‌شود. با توجه به شکل ۲، می‌توان دریافت که با کاهش مقادیر بارندگی از ابتدای زمستان تا اوایل پاییز (ماه‌های ۱ تا ۵)، اختلاف کلاس‌های بارندگی نیز کاهش می‌یابد.

## مقایسه مدل‌ها بر اساس آزمون نسبت لگاریتم در ستیابی

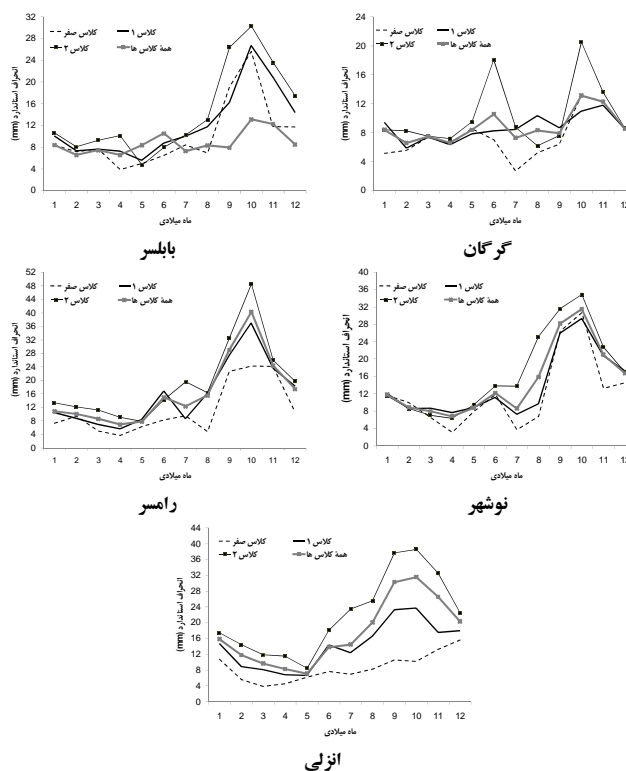
اثر تقسیم‌بندی روزهای مرطوب سال به کلاس‌های مختلف در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل‌های مختلف با استفاده از سه مجموعه داده مقایسه شدند. بهترین برازش مربوط به مدلی است که دارای کمترین مقدار AIC باشد. این مقدار کمینه در جدول ۳ ارائه شده است. به علاوه، آزمون نسبت لگاریتم در ستیابی نیز انجام شد تا مشخص شود که آیا اختلاف بین مجموعه داده‌های مختلف، معنی‌دار است یا خیر. ضمن اینکه در هر مجموعه، آزمون برای مقایسه توزیع‌های یکسان صورت گرفته است. نتیجه این آزمون نشان داد که در تمامی ۱۲۰ مورد مقایسه (۶ مقایسه برای ۳ مجموعه داده  $\times$  ۴ توزیع  $\times$  ۵ ایستگاه) اختلاف معنی‌دار بین مجموعه‌های مختلف وجود دارد. به بیان دیگر، برازش هر چهار توزیع بر روی مجموعه داده‌های مختلف، دارای کیفیت متفاوتی می‌باشد.

جدول ۳ مقادیر AIC برای هر یک از مجموعه داده‌ها در هر ایستگاه را نشان می‌دهد. آن گونه که مشخص است در ۴ ایستگاه، بهترین عملکرد مربوط به توزیع نمایی مرکب با کمترین مقدار AIC بوده و در ایستگاه رامسر، عملکرد توزیع لوگ‌نرمال مطلوب-تر بوده است. همچنین نتایج این جدول نشان می‌دهد که در

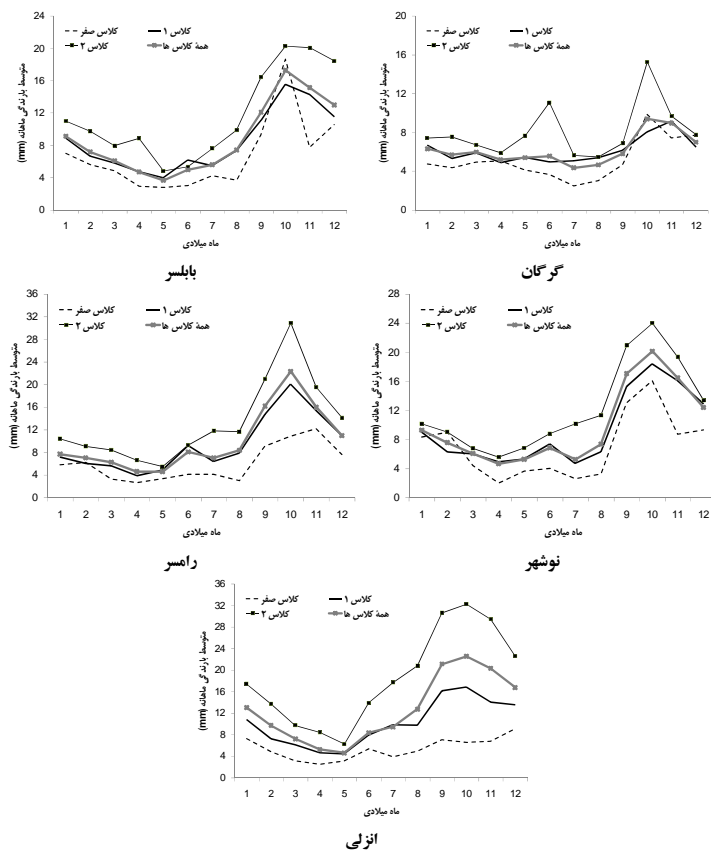
کلاس دو) برای ایستگاه‌های بابلسر، نوشهر، رامسر و انزلی به ترتیب مربوط به ماه‌های ۴، ۷، ۷ و ۷ بوده و بنابراین مقادیر بارش کلاس دو در این ماه‌ها، در مدلی که تمامی کلاس‌های بارش را همزمان در نظر می‌گیرد به ترتیب ۵۳، ۵۲، ۶۰ و ۵۴ درصد مقدار واقعی برآورد خواهند شد. در صورت استفاده از چنین مدلی، بطور متوسط و در بین تمامی ماه‌ها، مقادیر بارش کلاس صفر در ایستگاه‌های گرگان، بابلسر، نوشهر، رامسر و انزلی، به ترتیب، با ضرائب ۱/۲۸، ۱/۴۳، ۱/۵۶، ۱/۷۱ و ۲/۲۷ بزرگتر از مقادیر واقعی و بارش‌های کلاس دو، به ترتیب، با ضرائب ۰/۷۹، ۰/۷۶، ۰/۸ و ۰/۶۸ کوچکتر از مقدار واقعی برآورد خواهند گردید.

مقدار نسبت‌های ماهانه برای کلاس بارش صفر در ایستگاه‌های نوشهر، رامسر و انزلی به ترتیب مربوط به ماه‌های ۴، ۸ و ۱۰ و مقدار متوسط برآورد بزرگتر از واقع، در حدود ۲/۲۸، ۲/۸ و ۳/۴۱ برابر خواهد بود.

در مورد کلاس بارش دو، بزرگترین (چپمن، ۱۹۹۸) مقدار نسبت‌های ماهانه، مربوط به ایستگاه گرگان و ماه شش (ژوئن) می‌باشد. بنابراین، در مدلی که تفکیکی بین کلاس‌های بارندگی قائل نمی‌شود، به طور متوسط مقدار بارش‌های کلاس دو در این ماه در این ایستگاه، در حدود ۵۰ درصد (۱ تقسیم بر ۱/۹۸) کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌شوند. این مقدار (حداکثر نسبت ماهانه



شکل ۱- مقادیر انحراف استاندارد بارش در ایستگاه‌های مورد مطالعه



شکل ۲- مقادیر متوسط بارش در ایستگاه های مورد مطالعه

جدول ۳- مقادیر شاخص AIC برای مدل های مختلف

نام ایستگاه	نام توزیع	(c) هر کلاس جداگانه	(b) کلاس صفر جداگانه	همه کلاسها با هم (a)
گرگان	گاما	۲۷/۸۱۵	۲۷/۸۴۰	۲۷/۸۸۱
	لوگ نرمال	۲۷/۵۵۱	۲۷/۵۸۳	۲۷/۶۰۱
	نمایی مرکب	۲۷/۴۶۳	۲۷/۴۸۷	۲۷/۵۱۴
	ویبول	۲۷/۶۶۱	۲۷/۶۸۳	۲۷/۷۱۷
بابلسر	گاما	۲۶/۸۵۴	۲۶/۸۸۸	۲۶/۹۳۷
	لوگ نرمال	۲۶/۷۸۴	۲۶/۸۲۹	۲۶/۸۶۷
	نمایی مرکب	۲۶/۵۸۰	۲۶/۶۱۰	۲۶/۶۵۵
	ویبول	۲۶/۷۱۴	۲۶/۷۵۷	۲۶/۸۰۴
نوشهر	گاما	۲۲/۴۷۸	۲۲/۴۹۳	۲۲/۵۴۰
	لوگ نرمال	۲۲/۳۲۱	۲۲/۳۴۵	۲۲/۴۰۵
	نمایی مرکب	۲۲/۲۱۷	۲۲/۲۳۸	۲۲/۳۰۹
	ویبول	۲۲/۳۴۰	۲۲/۳۵۴	۲۲/۴۰۵
رامسر	گاما	۳۷/۶۰۵	۳۷/۶۴۸	۳۷/۸۰۶
	لوگ نرمال	۳۶/۹۱۹	۳۶/۹۸۱	۳۷/۰۸۵
	نمایی مرکب	۳۶/۹۶۲	۳۷/۰۵۱	۳۷/۱۷۲
	ویبول	۳۷/۲۶۵	۳۷/۳۳۹	۳۷/۴۵۲
بندر انزلی	گاما	۴۰/۶۰۶	۴۰/۸۸۲	۴۱/۱۲۷
	لوگ نرمال	۴۰/۶۶۹	۴۰/۹۱۵	۴۱/۱۱۷
	نمایی مرکب	۴۰/۲۴۹	۴۰/۹۱۵	۴۰/۷۲۰
	ویبول	۴۰/۴۶۱	۴۰/۷۳۷	۴۰/۹۷۰

جدول ۴- مقایسه اختلاف بین مجموعه داده‌های مختلف با استفاده از توزیع نمایی مرکب

ایستگاه	گرگان			بابلسر			نوشهر			رامسر			اتزلی			اختلافهای معنی دار
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
ژانویه	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۱
فوریه	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۳
مارچ	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۵
آوریل	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۰
می	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱۰
ژوئن	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱۲
جولای	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱۲
آگوست	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۴
سپتامبر	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۹
اکتبر	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱۱
نوامبر	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۰
دسامبر	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۸
اختلافهای معنی دار	۷	۸	۵	۸	۸	۷	۱۰	۹	۷	۱۰	۸	۵	۸	۷	۹	۱۳۵

(۱) اختلاف معنی دار، (۰) اختلاف غیر معنی دار.

جدول ۵- نسبت های ماهانه کلاسهای مختلف بارندگی در ایستگاه های مورد مطالعه

کلاس	ماه												
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	
گرگان	۰	۰/۷۵	۰/۷۶	۰/۸۲	۰/۹۷	۰/۷۶	۰/۶۶	۰/۵۷	۰/۶۵	۰/۸۰	۱/۰۵	۰/۸۳	۱/۱۰
	۱	۱/۰۵	۰/۹۳	۰/۹۸	۰/۹۴	۱/۰۰	۰/۸۹	۱/۱۶	۱/۱۶	۱/۰۶	۰/۸۵	۱/۰۲	۰/۹۲
	۲	۱/۱۷	۱/۳۲	۱/۱۲	۱/۱۴	۱/۴۲	۱/۹۸	۱/۲۹	۱/۱۸	۱/۱۸	۱/۶۲	۱/۰۸	۱/۱۱
	۲ و ۱	۱/۰۸	۱/۰۵	۱/۰۳	۱/۰۱	۱/۱۰	۱/۱۶	۱/۲۰	۱/۱۶	۱/۰۸	۰/۹۸	۱/۰۴	۰/۹۶
بابلسر	۰	۰/۷۷	۰/۷۸	۰/۸۰	۰/۶۳	۰/۷۶	۰/۶۱	۰/۷۶	۰/۵۰	۰/۷۷	۱/۰۸	۰/۵۱	۰/۸۱
	۱	۰/۹۸	۰/۹۲	۰/۹۶	۱/۰۰	۱/۲۴	۱/۰۹	۰/۹۸	۰/۹۹	۰/۹۲	۰/۹۰	۰/۹۴	۰/۸۹
	۲	۱/۲۰	۱/۳۵	۱/۳۱	۱/۸۸	۱/۳۲	۱/۰۷	۱/۳۶	۱/۳۳	۱/۳۶	۱/۱۷	۱/۳۲	۱/۴۲
	۲ و ۱	۱/۰۵	۱/۰۶	۱/۰۵	۱/۱۹	۱/۱۳	۱/۲۰	۱/۱۱	۱/۱۱	۱/۰۶	۰/۹۸	۱/۰۹	۱/۰۵
نوشهر	۰	۰/۹۰	۱/۱۸	۰/۷۳	۰/۴۴	۰/۷۰	۰/۵۹	۰/۵۱	۰/۴۵	۰/۷۶	۰/۸۰	۰/۵۳	۰/۷۵
	۱	۰/۹۷	۰/۸۳	۰/۹۹	۱/۰۶	۱/۰۸	۱/۰۱	۰/۹۰	۰/۸۶	۰/۹۰	۰/۹۲	۰/۹۸	۱/۰۴
	۲	۱/۰۹	۱/۱۹	۱/۱۱	۱/۲۰	۱/۳۰	۱/۲۸	۱/۹۳	۱/۵۴	۱/۲۳	۱/۱۹	۱/۱۸	۱/۰۸
	۲ و ۱	۱/۰۲	۰/۹۷	۱/۰۴	۱/۱۱	۱/۱۱	۱/۱۵	۱/۱۴	۱/۰۹	۱/۰۳	۱/۰۲	۱/۰۶	۱/۰۵
رامسر	۰	۰/۷۵	۰/۸۸	۰/۵۳	۰/۵۷	۰/۷۲	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۳۶	۰/۵۶	۰/۴۹	۰/۷۶	۰/۶۹
	۱	۰/۹۳	۰/۸۷	۰/۹۰	۰/۸۴	۱/۰۵	۱/۱۴	۰/۹۱	۰/۹۴	۰/۹۱	۰/۹۰	۰/۹۶	۱/۰۰
	۲	۱/۳۵	۱/۲۹	۱/۳۵	۱/۴۴	۱/۱۹	۱/۱۵	۱/۶۸	۱/۳۹	۱/۲۹	۱/۳۸	۱/۲۲	۱/۲۸
	۲ و ۱	۱/۰۶	۱/۰۲	۱/۰۸	۱/۰۸	۱/۰۸	۱/۱۴	۱/۱۳	۱/۰۹	۱/۰۶	۱/۰۹	۱/۰۴	۱/۰۸
اتزلی	۰	۰/۵۶	۰/۵۰	۰/۴۴	۰/۴۹	۰/۶۹	۰/۶۵	۰/۴۲	۰/۳۹	۰/۳۴	۰/۲۹	۰/۳۴	۰/۵۴
	۱	۰/۸۳	۰/۷۵	۰/۸۵	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۹۶	۱/۰۴	۰/۷۷	۰/۷۷	۰/۷۵	۰/۶۹	۰/۸۱
	۲	۱/۳۴	۱/۴۱	۱/۳۵	۱/۶۱	۱/۳۶	۱/۶۷	۱/۸۷	۱/۶۳	۱/۴۵	۱/۴۳	۱/۴۵	۱/۳۵
	۲ و ۱	۱/۰۶	۱/۰۶	۱/۰۷	۱/۱۴	۱/۰۸	۱/۱۵	۱/۲۵	۱/۱۳	۱/۰۷	۱/۰۷	۱/۰۷	۱/۰۵

## نتیجه گیری

حاصل از آزمون‌های کولموگروف-اسمیرنوف و نسبت لگارتیم درستمایی نشان داد که کلاس‌بندی روزهای بارندگی اثر قابل توجه و معنی‌دار بر روی توزیع مقادیر بارش دارد. نتایج نشان داد که در تمامی ایستگاه‌ها، در نظر گرفتن کلاس‌های مختلف

در این مطالعه، اطلاعات روزانه بارش مربوط به پنج ایستگاه شمال و شمال غرب کشور مورد تحلیل قرار گرفتند. نیاز به تفکیک کلاس‌های بارش براساس تعداد روزهای مرطوب مجاور (کلاس‌های صفر، یک و دو) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج



یکدیگر و یا جداگانه مدل‌سازی شوند. مدل‌هایی که کلاس‌های بارش را به طور همزمان و بدون تفکیک در نظر می‌گیرند، مقادیر بارش کلاس صفر را بیشتر از واقع و مقادیر بارش کلاس دو را کمتر از مقدار واقعی تخمین می‌زنند. بنابراین نیاز است تا تفاوت بین توزیع مقادیر بارش در کلاس‌های مختلف مورد بررسی قرار گیرد.

بارندگی در مدل‌های مجزا، به برازش مناسب‌تری منجر می‌شود. تحلیل نسبت‌های ماهانه هر کلاس نسبت به متوسط کلی بارندگی، اثر قابل توجه تعداد روزهای مرطوب مجاور بر توزیع مقدار بارش را مشخص نمود.

در مجموع، نه تنها در مطالعات هیدرولوژی، بلکه در مطالعات دیگر مانند مطالعات آبیاری و زهکشی نیز این مسئله حائز اهمیت است که بدانیم که آیا بهتر است کلاس‌های مختلف بارش در کنار

#### منابع

1. Akaike, H. 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control, AC.*, 19: 716–722.
2. Aksoy, H. 2000. Use of gamma distribution in hydrological analysis. *Turkish Journal of Engineering Environmental Sciences*, 24: 419–428.
3. Andersen, E. D. and K. D. Andersen. 1995. Presolving in linear programming. *Mathematical Programming*, 71: 221–245.
4. Buishand, T. A. 1978. Some remarks on the use of daily rainfall models. *Journal of Hydrology*, 36: 295–308.
5. Chapman, T. G. 1997. Stochastic models for daily rainfall in the Western Pacific. *Mathematics and Computers in Simulation*, 43: 351–358.
6. Chapman, T. G. 1998. Stochastic modelling of daily rainfall: the impact of adjoining wet days on the distribution of rainfall amounts. *Environmental Modelling and Software*, 13: 317–324.
7. Cole, J. A. and J. D. F. Sherriff. 1972. Some single- and multi-site models of rainfall within discrete time increments. *Journal of Hydrology*, 17: 97–113.
8. Conover, W. J. 1999. *Practical nonparametric statistics*. Third ed., Wiley, New York.
9. Fletcher, R. and M. J. D. Powell. 1963. A rapidly convergent descent method for minimization. *Computer Journal*, 6: 163–168.
10. Goldfarb, D. 1970. A family of variable metric updates derived by variational means. *Mathematics of Computing*, 24: 23–26.
11. Han, S. P. 1977. A globally convergent method for nonlinear programming. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 22–297.
12. Ison, N. T. Feyerherm, A. M. and B. L. Dean. 1971. Wet period precipitation and the gamma distribution. *Journal of Applied Meteorology*, 10: 658–665.
13. Jones, M. Kilsby, C. Fowler, H. and S. Blenkinsop. 2010. Robust detection of changes in extreme rainfall? *Geophysical Research Abstracts*, 12:8719.
14. Katz, R. W. 1977. Precipitation as chain-dependent process. *Journal of Applied Meteorology*, 16: 671–676.
15. Kedem, B. Chiu, L. S. and Z. Karni. 1990. An analysis of the threshold method for measuring area-average rainfall. *Journal of Applied Meteorology*, 29: 3–20.
16. Lagarias, J. C. Reeds, J. A. Wright, M. H. and P. E. Wright. 1998. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 9 (1): 112–147.
17. May, W. 2004. Variability and extremes of daily rainfall during the Indian summer monsoon in the period 1901–1989. *Global and Planetary Change*, 44: 83–105.

18. McKague, K. Rudra, R. and J. Ogilvie. 2003. ClimGen - a convenient weather generation tool for canadian climate Stations. CSAE/SCGR 2003 Meeting Montréal, Québec, pp. 1-26.
19. Mielke, P. W. 1973. Another family of distributions for describing and analyzing precipitation data. *Journal of Applied Meteorology*, 12: 275–280.
20. Osborn, T. J. 2009. A user guide for ClimGen: a flexible tool for generating monthly climate data sets and scenarios. Climatic Research Unit School of Environmental Sciences University of East Anglia Norwich NR4 7TJ. UK.
21. Powell, M. J. D. 1978. A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations. *Numerical Analysis*, ed. G. A. Watson, Lecture Notes in Mathematics, Springer Verlag, 630.
22. Powell, M. J. D. 1978. The convergence of variable metric methods for nonlinearly constrained optimization calculations. *Nonlinear Programming 3* (O.L. Mangasarian, R.R. Meyer, and S.M. Robinson, eds.), Academic Press.
23. Sharda, V. N. and P. K. Das. 2005. Modelling weekly rainfall data for crop planning in a sub-humid climate of India. *Agricultural Water Management*, 76: 120–138.
24. Stern, R. D. and R. Coe. 1984. A model fitting analysis of daily rainfall data. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)*, 147: 1–34.
25. Suhaïla, J. and A. A. Jemain. 2009. Investigating the impacts of adjoining wet days on the distribution of daily rainfall amounts in Peninsular Malaysia. *Journal of Hydrology*, 368: 17–25.
26. Swift, J. R. L.W. and H. T. Schreuder. 1981. Fitting daily precipitation amounts using the SB distribution. *Monthly Weather Review* 109 (12): 2535–2540. Tangang, F.T., Juneng, L., 2004. Mechanism of Malaysian rainfall anomalies. *Journal of Climate*, 17: 3616–3622.
27. Todorovic, P. and D. A. Woolhiser. 1975. A stochastic model of n-day precipitation. *Journal of Applied Meteorology*, 14 (1): 17–24.
28. Wilks, D. S. 1999. Interannual variability and extreme-value characteristics of several stochastic daily precipitation models. *Agricultural and Forest Meteorology*, 93: 153–169.
29. Woolhiser, D. A. and J. Roldan. 1982. Stochastic daily precipitation models 2. A comparison of distribution of amounts. *Water Resources Research*, 18 (5): 1461–1468.