

شبیه‌سازی عددی و مقایسه‌ی خصوصیات جریان در قوس‌های رویاز ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت و واگرا با استفاده از نتایج مدل فیزیکی

رسول قبادیان^{۱*}، کامران محمدی^۲ و علی حسین زاده دلیر^۳

*- نویسنده مسئول: استادیار گروه مهندسی آب دانشکده کشاورزی دانشگاه رازی کرمانشاه rsghobadian@gmail.com

- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های آبی گروه مهندسی آب دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

- دانشیار گروه مهندسی آب دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

تاریخ پذیرش: ۸۹/۶/۱۶

تاریخ دریافت: ۸۹/۱/۲۵

چکیده

کمتر رودخانه‌های در طبیعت یافت می‌شود که به صورت مستقیم جریان داشته باشد و اغلب به صورت مثاندری هستند. الگوی جریان در رودخانه‌های مثاندری بسیار پیچیده بوده و مکانیک جریان در قوس رودخانه خصوصیات ویژه‌ای دارد که در مسیرهای مستقیم دیده نمی‌شود. مدل‌های عددی برای پیش‌بینی میدان جریان در این قبیل موارد به عنوان یک وسیله‌ی مؤثر همواره مورد استفاده قرار می‌گیرند. از انجا که در طبیعت همه‌ی قوس‌ها به صورت یکنواخت مشاهده نمی‌شود، در این تحقیق از مدل عددی سه بعدی SSIIM برای شبیه‌سازی دو قوس ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت (پهنای ۶/۰ متر) و واگرا (پهنای ۶/۰ متر) استفاده شد. خصوصیات جریان از جمله پروفیل‌های طولی، قائم و عرضی سرعت، خطوط جریان، جریان‌های اصلی و ثانویه، شبکه طولی و تنش برشی بستر در دو قوس مورد مقایسه قرار گرفت. صحبت‌سنجی مدل عددی با داده‌های اندازه‌گیری شده در قوس ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت نشان داد که مدل به خوبی میدان جریان در قوس یکنواخت را شبیه‌سازی می‌کند. نتایج این تحقیق نشان داد که مسیر سرعت حدکث در صفحه‌ی نزدیک سطح آب در حدود زاویه‌ی ۵۰ درجه‌ی خط مرکزی کانال را در قوس واگرا قطع می‌کند؛ در حالی که این اتفاق در زاویه‌ی ۵۵ درجه در قوس یکنواخت رخ می‌دهد. خط حدکث سرعت در کانال واگرا در حدود زاویه‌ی ۸۰ تا ۸۵ درجه‌ی با جدار خارجی قوس مماس می‌گردد اما این امر در کانال یکنواخت در حدود زاویه‌ی بین ۹۰ تا ۱۰۰ درجه‌ی رخ می‌دهد. همچنین تغییرات سطح آب برای کانال یکنواخت روندی کاهشی (شبک طولی منفی) و برای کانال واگرا روندی افزایشی (شبک طولی مثبت) دارد. به دلیل کوچکتر بودن مؤلفه‌ی سرعت طولی قوس واگرا نسبت به یکنواخت، ماکریزم قدرت جریان حلزونی در قوس یکنواخت به میزان ۱۰/۵۵ درصد کمتر از قوس واگرا می‌باشد؛ علاوه بر این، یک سلول چرخشی در خلاف جهت گردش جریان ثانویه در مقطع ۱۳۵ درجه‌ی هر دو قوس مشاهده شد.

واژه‌های کلیدی: الگوی جریان، قوس ۱۸۰ درجه‌ی واگرا، مدل عددی سه بعدی SSIIM

مطالعات رسوب‌گذاری بوده است [۱]. الگوی جریان در قوس کانال‌ها بسیار پیچیده است، به گونه‌ای که مکانیک جریان در قوس خصوصیات مشخصی دارد که در کانال‌های مستقیم دیده نمی‌شود به وسیله‌ی شبک جانبی سطح آب می‌باشدند [۳] و تأثیر همزمان این نیروها جریانی را به نام جریان حلزونی (Helical Flow) به وجود می‌آورد.

مقدمه

مطالعه و شبیه‌سازی هیدرولیک جریان و رسوب در قوس‌ها به روش‌های مختلف از دیربارز مورد توجه مهندسان علم هیدرولیک، مهندسی رودخانه و [۲]. به عنوان مثال نیروهای مؤثر بر جریان در یک قوس، نیروی گریز از مرکز ناشی از عدم یکنواختی پروفیل قائم سرعت و ترکیب آن با انحنای جریان، تنش‌های برشی و گرادیان شعاعی فشار ایجاد شده

مدل‌سازی چرخه خلاف جهت جریان ثانویه در نزدیک جداره‌ی بیرونی ناتوان می‌باشد. اولین و همکارانش نیز در سال ۲۰۰۵ جریان ثانویه و انتقال رسوب را در یک کanal ۹۰ درجه‌ی شبیه‌سازی کردند [۹]. هوانگ و همکاران در سال ۲۰۰۶ الگوریتمی را به صورت دو بعدی به منظور محاسبه ترم پخشیدگی در معادله‌ی انتقال رسوبات معلق ارائه دادند که به شکل قابل ملاحظه‌ای توانایی‌های مدل‌ای دو بعدی را در شبیه‌سازی جریان‌های ثانویه در قوس‌ها افزایش می‌دهد [۱۰]. قدسیان و واقفی در سال ۲۰۰۹ به صورت آزمایشگاهی الگوی جریان و چگونگی آبشستگی اطراف آ بشکن T شکل را دریک قوس ۹۰ درجه مورد بررسی قرار دادند و مشخص کردند که میزان آبشستگی در بالادرست آ بشکن بسیار بیشتر از پایین دست است از [۱۱]. وانگ و سوی نیز در سال ۲۰۱۰ با استفاده از تئوری جریان دو فازی به شبیه‌سازی نحوه‌ی رفتار تکه‌های یخ در قوس کانال‌ها پرداختند [۱۲]. ناجی‌آبه‌ری و همکاران در سال ۲۰۱۰ الگوی جریان در یک قوس ۹۰ درجه‌ی با عرض ثابت و بستر صلب را بررسی و خصوصیات جریان از جمله نحوه‌ی تأثیر جریان ثانویه بر توزیع سرعت، مسیر حداکثر سرعت و ... را مورد مطالعه قرار دادند [۱۳]. منصوری و همکاران در سال ۱۳۸۵ به بررسی تکامل بستر در طی زمان در قوس ۱۸۰ درجه‌ی رودخانه‌ای با مدل سه بعدی SSIIM پرداختند [۱۴]. قبادیان و همکاران در سال ۱۳۸۸ مشخصه‌های جریان در قوس ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت و همگرا را با استفاده از مدل عددی سه بعدی مورد بررسی قرار دادند که بر خلاف قوس یکنواخت، در مقطع ۱۳۵ درجه‌ی قوس همگرا سلول چرخشی خلاف جهت چرخش جریان ثانویه‌ی اصلی مشاهده درجه‌ی قوس ۹۰ درجه‌ی بر آبشستگی پیرامون آ بشکن و تغییرات تپوگرافی مسیر مستقیم پایین دست پرداختند. طبق نتایج به دست آمده در این

با توجه به اهمیت این موضوع نزد محققان، تا کنون مطالعات تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی فراوانی در این زمینه ارائه شده است که از ان میان می‌توان به مطالعات موسونی و گوتز اشاره کرد. ان‌ها اولین کسانی بودند که در سال ۱۹۷۳ به چگونگی توزیع قدرت جریان حلزونی و تغییرات ان در طول کanal توجه کردند. این تحقیق نشان داد که جریان ثانویه را می‌توان به خوبی با تغییرات قدرت ان توصیف نمود. این محققان همچنین برای اولین بار از وجود چرخه دوم جریان ثانویه در نزدیکی قوس داخلی خبر دادند که فقط در نسبت‌های ($B/h < 10$) رخ می‌دهد [۴]. در حدود دو تا سه دهه‌ی اخیر توان محاسباتی بسیار افزایش یافته و مدل‌های محاسباتی دینامیک سیالات نیز پیشرفت فراوانی نموده‌اند؛ به گونه‌ای که امروزه رقیب مناسبی برای مشاهدات آزمایشگاهی به حساب می‌ایند [۵]. در سال ۱۹۷۹ لشیزner و روڈی مدل عددی سه بعدی خود را با Finite Differences (Differences) ارائه دادند. مهم ترین نتیجه‌ای که این محققان گزارش نموده‌اند تأثیر گرادیان طولی فشار بر الگوی جریان در قوس تنگ می‌باشد [۶]. لین و همکاران در سال ۱۹۹۹ با استفاده از ماتریس انتشار تنگ، اثر جریان ثانویه را در معادلات متوسط گیری شده در عمق اعمال کردند و با مدل عددی دو بعدی خود به بررسی الگوی جریان در قوس ۱۸۰ درجه‌ی با بستر صلب پرداختند [۷]. در تحقیق ان‌ها نحوه‌ی تأثیر جریان ثانویه بر محل پیدایش سرعت حداکثر در امتداد کanal مشخص شد. در سال ۲۰۰۳ بوییچ ساختار جریان ثانویه در قوس ۱۸۰ درجه‌ی را با استفاده از روش گردآبه‌های بزرگ مدل‌سازی کرد [۸]. مهم ترین نکته‌ی تحقیق بوییچ این بود که مدل اشتفتگی $k - \epsilon$ در نشد [۲]. واقفی و قدسیان در سال ۱۳۸۹ به بررسی آزمایشگاهی تأثیر درصد تنگ شدگی مقطع کanal به دلیل استقرار آ بشکن T شکل مستقر در زاویه‌ی ۷۵

ی‌بندی ریزتری مورد استفاده قرار گرفته است. لازم به ذکر است که خود نرم افزار SSIIM قادر به تولید فایل هندسه‌ی شبکه‌ی بستر نیست و در تحقیق حاضر فایل Koordina توسط برنامه‌ای به زبان VB برای مدل تهیه شده است.

معادلات تحلیلی حاکم بر شرایط جریان

معادلات تحلیلی حاکم بر شرایط جریان همان معادلات ناویر- استوکس برای جریان‌های سیال غیر قابل تراکم لزج در حالت اشفته، شامل معادله‌ی بیوستگی (۱) و مومنتوم (۲) است که با فرض دائمی بودن جریان ($\partial/\partial t = 0$) و صرف نظر کردن از نوسانات جرم مخصوص ($\rho' = 0$) به صورت زیر بیان می‌گردند:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) &= \\ -\frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} & \\ (-\rho \bar{u}_i \bar{u}'_j) \quad & \& \delta_{ij} \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

که U سرعت متوسط، ρ چگالی آب، P فشار کل، u_i دلتای کرونکر و جملات ($\bar{u}_i \bar{u}'_j$) به عنوان تنش‌های رینولدزی شناخته می‌شوند. همان‌گونه که گفته شد، اخیرین ترم معادله‌ی (۲) شامل تنش‌های اغتشاشی رینولدزی می‌باشد، که این تنش‌ها توسط تقریب بوسینسک محاسبه می‌شوند:

$$\bar{u}_i \bar{u}'_j = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3)$$

که k انرژی جنبشی اغتشاشی می‌باشد و توسط معادله‌ی (۴) محاسبه می‌گردد:

تحقیق، با افزایش میزان تنگ‌شدگی مقطع، تغییرات تپوگرافی و آبعاد چاله‌ی آبشستگی افزایش می‌یابد [۱۵]. با در نظر گرفتن تحقیقات قبلی، مطالعه‌ی نحوه‌ی رفتار آب و الگوی جریان در قوس‌های با پهنای متغیر ضروری به نظر می‌رسد. لذا در تحقیق حاضر برای درک بهتر از الگوی جریان در قوس‌های خصوصیات و نحوه‌ی رفتار جریان در کanal با قوس ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت و واگرا با استفاده از مدل عددی سه بعدی SSIIM شبیه‌سازی و با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

مواد و روش‌ها

اشنایی با مدل شبیه‌ساز سه بعدی عددی SSIIM از این برنامه امروزه برای انجام امور مهندسی رودخانه، محیط زیست، هیدرولیک، و رسوب استفاده می‌شود. این مدل در سال ۲۰۰۲ توسط اولسن و همکارانش در انسٹیتو تکنولوژی نروژ کامل شد و معادلات ناویر- استوکس و مدل اشتفتگی U - با استفاده از یک شبکه‌ی سه بعدی غیر متعامد جا به جا نشده حل می‌کند. در این مدل برای منفصل-سازی، روش حجم کنترل با طرح قاعده توانی (Power Low) یا طرح جهتمند مرتبه دوم (Second Order Upwind) قرار می‌گیرد [۶]. پارامترهای ورودی مدل توسط فایل‌های مشخصی به نرم‌افزار داده می‌شود که اصلی‌ترین آن ها دو فایل Control و Koordina اسات. در فایل Koordina پارامترهای مورد نیاز مدل ارائه می‌گردد که با توجه به خواسته‌های کاربر قابل ویرایش است [۶]. در فایل Koordina نیز مختصات هندسه‌ی شبکه‌ی بستر مورد مطالعه مشخص می‌شود. هندسه‌ی میدان مورد مطالعه در این تحقیق به گونه‌ای تعریف شده که در نواحی نزدیک به دیواره، که گرادیان‌ها شدیدتر می‌باشد، به منظور شبیه‌سازی دقیق‌تر شبکه

اندازه شبکه‌ی، انجام گردید. بدین صورت که اندازه شبکه‌ی از شبکه‌ی ریز ($15 \times 31 \times 351$) تا شبکه‌ی درشت ($7 \times 12 \times 71$) تغییر داده شد و مقادیر حداکثر و حداقل سرعت، فشار و انرژی جنبشی اختلاط مقایسه گشت. درشترين شبکه‌ی اى که برای ان همه‌ی پaramترها ذکر شده در محدوده‌ی 10 درصد پaramترها به دست آمده از حل شبکه‌ی ریز قرار داشته باشند، انتخاب شد. نهایتاً اندازه شبکه‌ی بهینه $7 \times 19 \times 91$ انتخاب شد. لازم به ذکر است که شبکه‌ی مذکور نیز در منبع [۱۴] به عنوان شبکه‌ی بهینه برای قوس یکنواخت مورد مطالعه معرفی شده است. علاوه بر این ارتفاع سلول‌ها در جهت قائم متغیر در نظر گرفته شد. سلول‌های با ارتفاع کوچکتر نزدیک (Power law) بستر انتخاب شدند. از روش توانی (Power law) در منفصل سازی جملات انتقالی استفاده شد. هر چند که روش جهتمند مرتبه ۲ (second order upwind) نیز مورد آزمایش قرار گرفت پروفیل‌های سرعت محاسبه شده به روش توانی و روش جهتمند مرتبه ۲ کاملاً بر هم منطبق بودند بنابراین برای ادامه کار از همان روش توانی که پیش فرض مدل می‌باشد استفاده گردید. محاسبات تا کاهش باقیمانده‌ها تا اندازه کافی ادامه داشت. گام زمانی 20 ثانیه نهایتاً برای محاسبات انتخاب گردید. شکل (۱) قوس 180° درجه‌ی مورد مطالعه در این مقاله را که دارای شبکه‌ی بندی $7 \times 19 \times 91$ به ترتیب در جهات طولی، عرضی و ارتفاعی می‌باشد نشان می‌دهد.

بررسی الگوی جریان تحت دبی 30 لیتر در ثانیه انجام گرفته است و جهت صحت سنجی مدل سازی عددی، نتایج حاصل از مدل سازی در قوس

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{2} (\overline{u'_1}^2 + \overline{u'_2}^2 + \overline{u'_3}^2) \quad (4)$$

اکنون برای حل معادله‌ی (۳)، مسئله‌ی اصلی تعیین لزجت گردآبی اغتشاشی (۵) است که به- وسیله‌ی مدل اغتشاشی تعیین می‌گردد. به عبارتی مدل‌های اغتشاشی وظیفه‌ی تعیین لزجت گردآبی اغتشاشی را به عهده دارند. مدل $k-\varepsilon$ ، مدل اغتشاشی پیش فرض نرم افزار SSIIM است و مقدار ε را به صورت:

$$\varepsilon_t = C_\mu \frac{k^2}{\rho} \quad (5)$$

تعیین می‌کند که ε میزان استهلاک انرژی جنبشی خواهد بود [۹]. همچنین برای متغیرهای موجود در مرزهای زبر، شرایط مرزی بوسیله‌ی قانون جداره‌ی (Wall Law) معین خواهد شد که به شکل زیر نشان داده می‌شود:

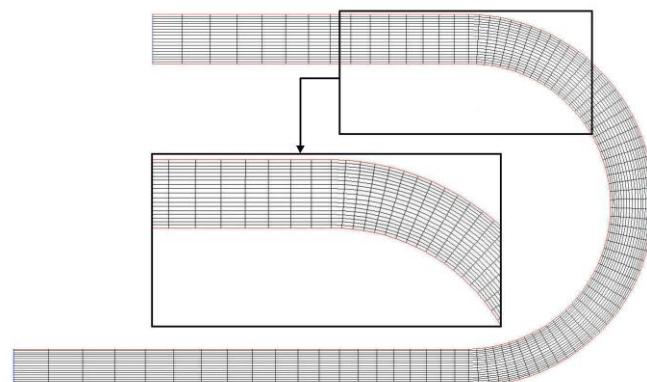
$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{30y}{k_s}\right) \quad (6)$$

در این معادله U سرعت جریان، U^* سرعت برشی، K ثابت ون کارمن، y فاصله از جداره‌ی و k_s ارتفاع زبری جداره‌ی می‌باشد.

نتایج و بحث

صحت‌سنجی مدل به منظور شبیه سازی الگوی جریان

مبناًی صحت‌سنجی مدل، کانالی آزمایشگاهی با قوس 180° درجه‌ی است که در مطالعات آزمایشگاهی پیرستانی [۱۶] مورد استفاده قرار گرفته است. قوس مذکور دارای دو مسیر مستقیم به ترتیب با طول‌های $7/2$ و $5/2$ متر در بالا دست و پایین دست خود می‌باشد. دیواره و بستر ان از جنس پلکسی گلاس با $k_s = 0.001m$ است. در مرحله‌ی صحت سنجی مدل ازمون عدم وابستگی به



شکل (۱) نمونه شبکه‌ی مش به کار رفته در مطالعات (کanal واگرای)

شده است که به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n [(V_M)_i - (V_P)_i]^2} \quad (9)$$

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n [(V_M)_i - (V_P)_i] \quad (10)$$

در این فرمول‌ها N = تعداد داده‌های V_M میزان سرعت اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی و V_P = مقدار سرعت برآورد شده توسط نرم‌افزار SSIIM می‌باشند.

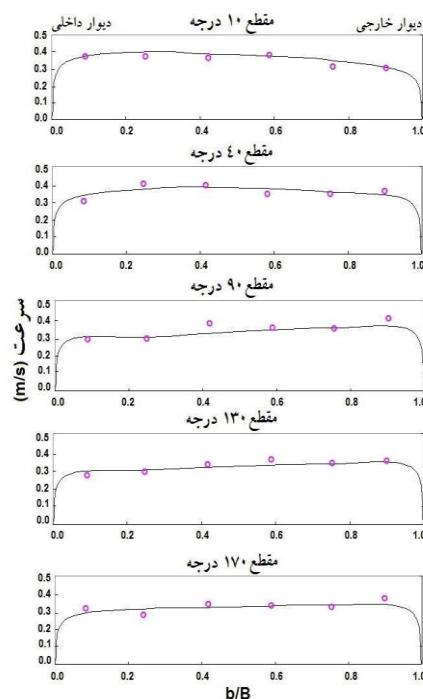
جدول (۱) نشان دهنده‌ی مقایسه آماری داده‌های آزمایشگاهی با مقادیر محاسبه شده توسط نرم‌افزار SSIIM در مرحله‌ی صحتسنجی است. اعداد به دست آمده برای RMSE و ME نیز حاکی از این می‌باشند که مدل عددی به خوبی میدان جریان در قوس یکنواخت را شبیه‌سازی می‌نماید.

با عرض یکنواخت ۶m/۰ با نتایج آزمایشگاهی پیرستانی مقایسه شده است که نتایج این صحبت سنجی در شکل‌های (۲) تا (۴) ارائه شده‌اند. این نتایج حاکی از این است که پروفیل‌های سرعت محاسبه شده توسط مدل‌سازی عددی با مقادیر اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی کاملاً همخوانی دارند و مدل عددی به خوبی میدان جریان در قوس یکنواخت را شبیه‌سازی می‌نماید و مدل به درستی کالیبره شده است. لازم به ذکر است که در مطالعات پیرستانی سرعت‌های جریان در ۹۱ مقطع و در عمق‌های مختلف با یک شبکه بندی (۶×۶) برای هر مقطع توسط یک دستگاه سرعت سنج دو بعدی دیجیتالی پیشرفته به نام PEMS متصل به کامپیوتر توسط اندازه‌گیری شده است.

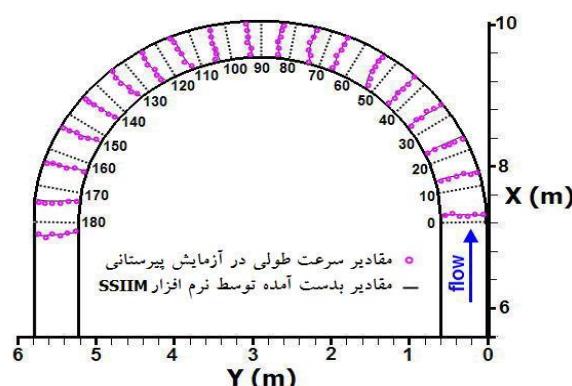
برای مقایسه آماری داده‌های آزمایشگاهی با مقادیر محاسبه شده توسط نرم‌افزار SSIIM در مرحله‌ی صحتسنجی، از پارامترهای جذر میانگین مربعات (Root Mean Squares of Error) و متوسط خطای مطلق (Mean Error) استفاده

جدول (۱) مقایسه‌ی آماری سرعت در صفحه‌ی نزدیک سطح آب در مقطاع عرضی مختلف قوس با مقادیر محاسبه شده توسط نرم‌افزار SSIIM

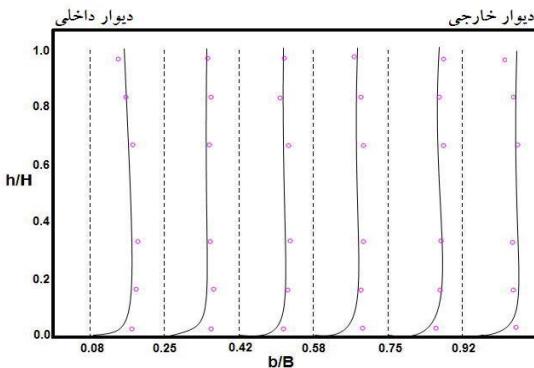
قطعه قوس	۱۰ درجه‌ی	۴۰ درجه‌ی	۹۰ درجه‌ی	۱۳۰ درجه‌ی	۱۷۰ درجه‌ی	
RMSE	۰/۰۴۱۸۳	۰/۰۴۳۴۰	۰/۰۴۸۸۲	۰/۰۴۲۵۷	۰/۰۷۴۴۱	
ME	۰/۰۱۱۶۷	۰/۰۱۵۰۰	۰/۰۱۸۳۳	-۰/۰۰۹۵۰	-۰/۰۶۶۱۹	



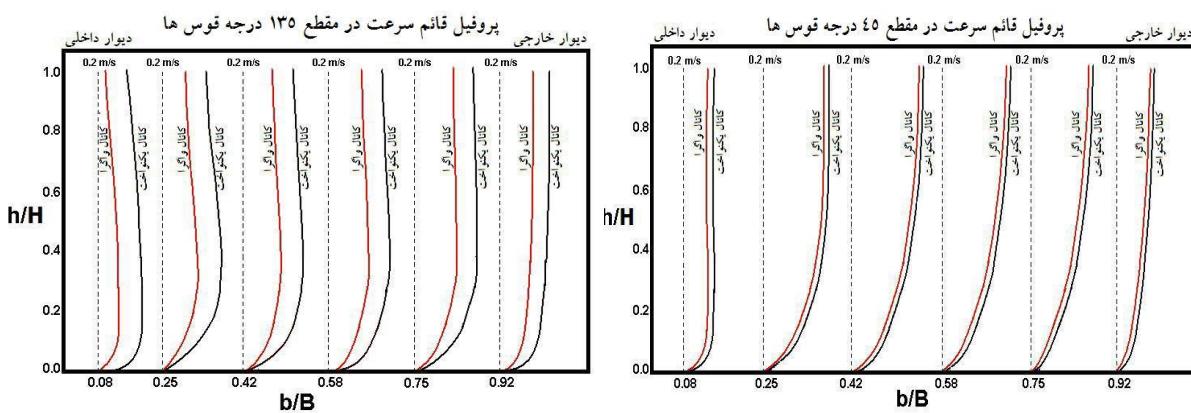
شکل (۲) مقایسه‌ی پروفیل‌های سرعت در صفحه‌ی نزدیک سطح آب ($h=0.145\text{m}$) در مقطاع عرضی مختلف با داده‌های آزمایشگاهی



شکل (۳) مقایسه‌ی پروفیل‌های طولی سرعت در صفحه‌ی نزدیک سطح آب ($h=0.145\text{m}$) با داده‌های آزمایشگاهی



شکل (۴) مقایسه‌ی پروفیل قائم سرعت با داده‌های آزمایشگاهی در مقطع ۱۸۰ درجه‌ی
B): عرض کanal، b: فاصله عرضی از جدار داخلی، H: عمق آب، h: ارتفاع از کف)



شکل (۵) مقایسه‌ی پروفیل‌های قائم سرعت در مقاطع عرضی مختلف در قوس یکنواخت و واگرا

یکنواخت نشان می‌دهند، چرا که در کanal واگرا به دلیل بازشدگی مقطع جریان سرعت کاهش می‌یابد. حال انکه تحقیقات قبلی انجام شده [۲] نشان داده که مقطع همگرا مقادیر سرعت بیشتری را نسبت به قوس یکنواخت نشان می‌دهد. علاوه بر این با فاصله گرفتن از ابتدای قوس، اختلاف پروفیل‌های قائم سرعت بیشتر می‌شود. تحقیقات قبلی انجام شده در منبع [۲] نشان داد که در مقاطع ابتدایی قوس هسته‌ی پسرعت جریان در نزدیکی سطح آب قرار دارد، اما با ورود بیشتر به داخل قوس این هسته از حدود زاویه‌ی ۹۰ درجه‌ی به نزدیکی جدار خارجی و بستر جریان متمایل می‌گردد. با دقت در پروفیل‌های قائم سرعت در شکل (۵) نیز این موضوع تأیید

بررسی پروفیل‌های قائم سرعت برای قوس‌های یکنواخت و واگرا

در این مقاله برای بررسی و مقایسه‌ی خصوصیات Uniform جریان در کanal‌های یکنواخت (Divergent Canal) و واگرا (Canal) حاصل از کanalی واگرا با عرض متغیر $6m/75m$ (تفییرات عرض بین ابتدا و انتهای قوس اعمال شده است)، و کanalی با عرض یکنواخت $6m/6m$ مورد مقایسه‌ی قرار گرفته‌اند. پروفیل‌های قائم سرعت دو مقطع ۴۵ و ۱۳۵ درجه‌ی از ابتدای قوس مورد بررسی قرار گرفته‌اند که نتایج حاصل از ان در شکل (۵) قابل ملاحظه است. پروفیل‌های قائم سرعت در قوس واگرا برای مقطع ۴۵ درجه بین ۳ تا ۸ درصد و در مقطع ۱۳۵ درجه بین ۱۲ تا ۱۹ درصد مقادیر سرعت کمتری را نسبت به قوس

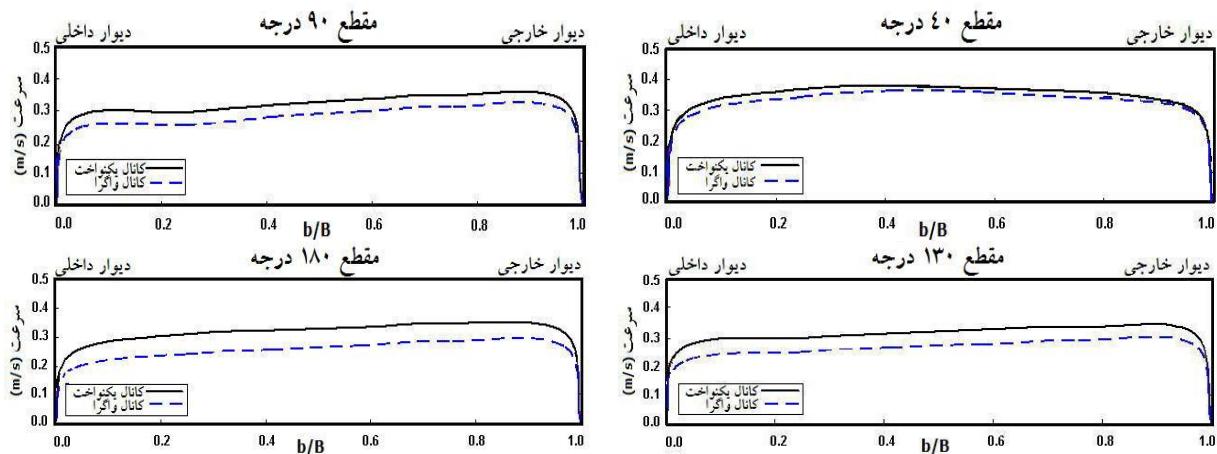
حداکثر سرعت طولی در کناره‌ی داخلی قوس رخ می‌دهد و با ورود به قوس به تدریج به سمت جدار خارجی متغیر می‌گردد و نهایتاً به طور کامل به جدار خارجی قوس مماس می‌گردد.

همچنین جدول (۲) به مقایسه‌ی کمی تفاوت بین سرعت‌ها در قوس‌های یکنواخت و واگرا می‌پردازد، مشاهده می‌شود که در تمامی مقاطع مورد بررسی، در مجاورت قوس داخلی کاهش سرعت طولی می‌باشد و در مجاورت قوس خارجی مشاهده می‌شود. بیشتری نسبت به قوس خارجی مشاهده می‌شود. این کاهش بیشتر سرعت در قوس داخلی نسبت به قوس خارجی تقریباً ثابت و در محدوده‌ی ۷ تا ۵ درصد می‌باشد و با عبور از ابتدای قوس تا انتهای آن تغییر محسوسی در آن رخ نمی‌دهد.

می‌گردد، به گونه‌ایی که حدوداً در نیمه اول قوس، مقادیر بیشینه سرعت در نزدیکی سطح آب رخ می‌دهد اما در نیمه دوم قوس، بیشینه سرعت به سمت بستر کanal نقل مکان می‌نماید.

مقایسه‌ی پروفیل‌های طولی سرعت در صفحه‌ی نزدیک سطح آب، در داخل قوس

در شکل (۶) می‌توان روند تغییرات پروفیل طولی سرعت در نزدیک سطح آب را برای هر دو قوس‌های مورد بررسی مشاهده کرد. در همه‌ی مقاطع نشان داده شده، به واسطه باز شدنی، کاهش دبی در واحد عرض و زیر بحرانی بودن جریان، سرعت در کanal واگرا کمتر از کanal یکنواخت است، به گونه‌ای که این اختلاف با افزایش درجه‌ی قوس افزایش می‌یابد. همچنین پروفیل‌های طولی سرعت در هر دو کanal کاملاً هم‌شکل بوده و فرم ظاهری آن‌ها یکسان است، به گونه‌ای که در ابتدای قوس



شکل (۶) مقایسه‌ی پروفیل‌های طولی سرعت در صفحه‌ی نزدیک سطح آب ($h=0.145m$) در مقاطع عرضی مختلف بین کanal‌های یکنواخت و واگرا

جدول (۲) درصد کاهش سرعت طولی در صفحه‌ی نزدیک سطح آب برای قوس واگرا نسبت به قوس یکنواخت

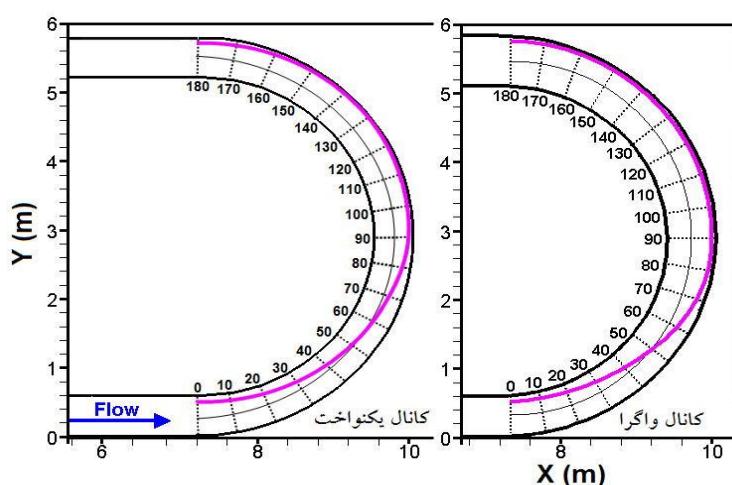
مقاطع قوس	۹۰ درجه‌ی	۱۲۰ درجه‌ی	۱۳۰ درجه‌ی	۴۰ درجه‌ی
قوس داخلی	%۲۱	%۱۹	%۱۴	%۸
قوس خارجی	%۱۵	%۱۲	%۹	%۳

بررسی قدرت جریان حلزونی در طول قوس
مفهوم قدرت جریان حلزونی برای بررسی روند استهلاک جریان ثانویه در طول قوس کanal استفاده می‌شود که موسونی و گوتز (۱۹۷۳) آن را به صورت زیر تعریف کردند:

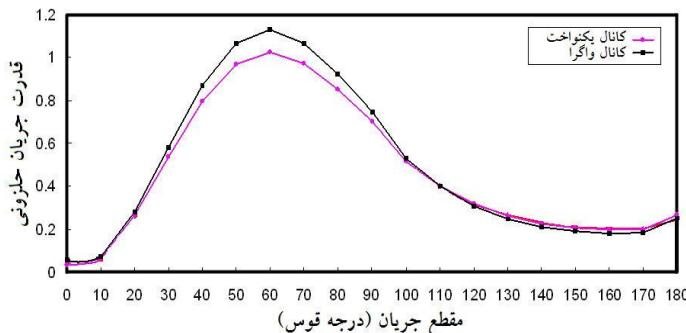
$$i_{SP} = \frac{\int v^2 dA}{\int u^2 dA} \quad (11)$$

که u و v به ترتیب مؤلفه‌های طولی و عرضی سرعت در سلول‌های مقطع مورد نظر و سطح dA سطح مقطع هر یک از سلول‌های آن مقطع خواهد بود [۱۴]. برای محاسبه‌ی قدرت جریان حلزونی در قوس نیز برنامه‌ای با زبان VB نوشته شده است. در شکل (۸) قدرت جریان حلزونی برای هر دو قوس نشان داده شده که در حدود زاویه‌ی 60° درجه‌ی به حداکثر مقدار خود می‌رسد و پس از این رشد، قدرت جریان حلزونی حالتی نزولی به خود می‌گیرد. همچنین ماکریم قدرت جریان حلزونی در کanal یکنواخت به میزان $10/55$ درصد کمتر از کanal واگرا می‌باشد.

شکل (۷) نمایان گر مسیر وقوع حداکثر سرعت افقی در صفحه‌ی نزدیک سطح آب در دو قوس می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد در کanal یکنواخت سرعت حداکثر در حدود زاویه‌ی 55° درجه‌ی خط مرکزی کanal را قطع می‌نماید و در قوس واگرا نیز این موضوع در زاویه‌ی 50° درجه‌ی اتفاق می‌افتد. همچنین مشاهده می‌شود که خط حداکثر سرعت در قوس واگرا به حالت تقریباً مستقیم محور کanal را قطع می‌نماید و در زاویه‌ی حدود 80° درجه‌ی به دیوار خارجی مماس می‌گردد و تا آخر قوس این وضعیت را حفظ می‌کند. اما در قوس یکنواخت خط سرعت حداکثر در زاویه‌ی بین 90° تا 100° درجه‌ی با جدار خارجی قوس مماس می‌شود. در حالت کلی می‌توان گفت که مسیر سرعت حداکثر در صفحه‌ی نزدیک سطح آب در قوس واگرا زودتر محور کanal را قطع کرده و خود را به دیوار خارجی قوس می‌رساند؛ به عبارتی در قوس واگرا در فاصله‌ی کمتری از ابتدای قوس نیروی گریز از مرکز بر گرادیان طولی فشار غلبه می‌نماید.



شکل (۷) مقایسه‌ی مسیر وقوع خط سرعت حداکثر در صفحه‌ی نزدیک سطح آب ($h=0/145m$) بین کanal‌های یکنواخت و واگرا



شکل (۸) تغییرات قدرت جریان حلقه ای در طول قوس (دبی ۳۰ lit/s)

در جدار داخلی و نزدیک سطح آب مقطع ۱۳۵ درجه ای کanal با قوس یکنواخت یک سلول چرخشی در خلاف جهت گردش جریان ثانویه مشاهده می‌گردد (قسمت‌هایی که در شکل (۹) با کادر مستطیلی نشان داده شده‌اند). در این ناحیه در یک سلول کوچک بردارهای عرضی سرعت در خلاف جهت بردارهای سرعت سطح آب بین جدار خارجی و خط مرکزی کanal می‌باشند. در مقطع ۱۳۵ درجه ای کanal واگرا نیز چنین سلول چرخشی که برخلاف جهت چرخش جریان ثانویه ای اصلی باشد مشاهده می‌شود با این تفاوت که در مقایسه ای با قوس یکنواخت توسعه یافته تر است. مرکز جریان ثانویه در مقطع ۴۵ درجه ای در ناحیه‌ای بین مرکز و جدار داخلی کanal قرار دارد و از حدود ۹۰ درجه ای به مرکز و کمی به سمت جدار خارجی متمایل می‌گردد و تا پایان قوس تقریباً در این محل باقی می‌ماند. با این تفاوت که با نزدیک شدن به نواحی خارجی قوس تدریجاً به سمت کف کanal نقل مکان می‌نماید.

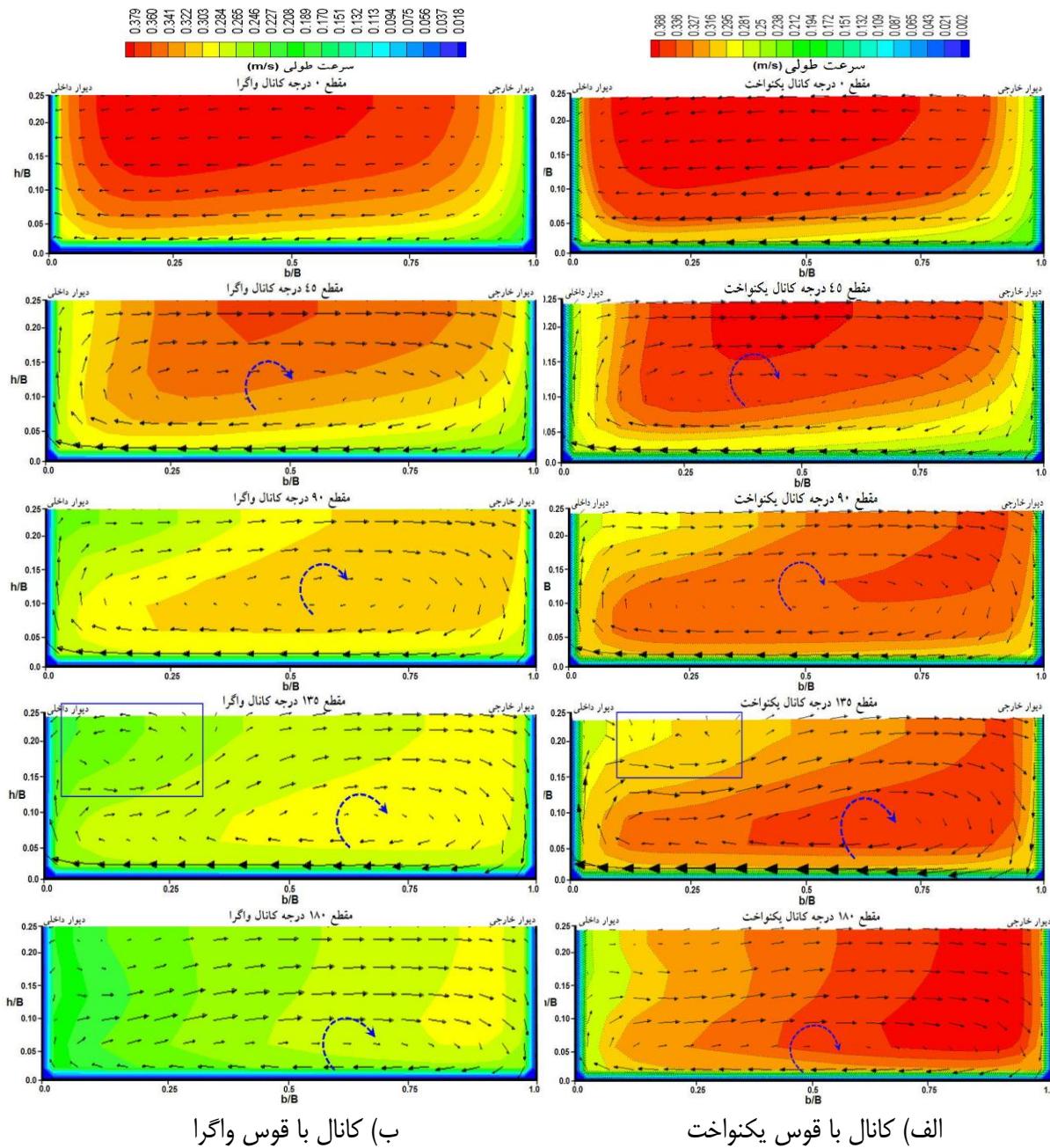
بررسی شیب طولی پروفیل سطح آب در شکل (۱۰) تغییرات شیب طولی سطح آب برای جدار بیرونی، خط مرکزی و جدار داخلی کanal نشان داده شده است. همانگونه که مشخص است، تغییرات جانبی سطح آب در هر دو کanal قبل از

بررسی کانتورهای سرعت و جریان‌های ثانویه در مقاطع عرضی داخل قوس

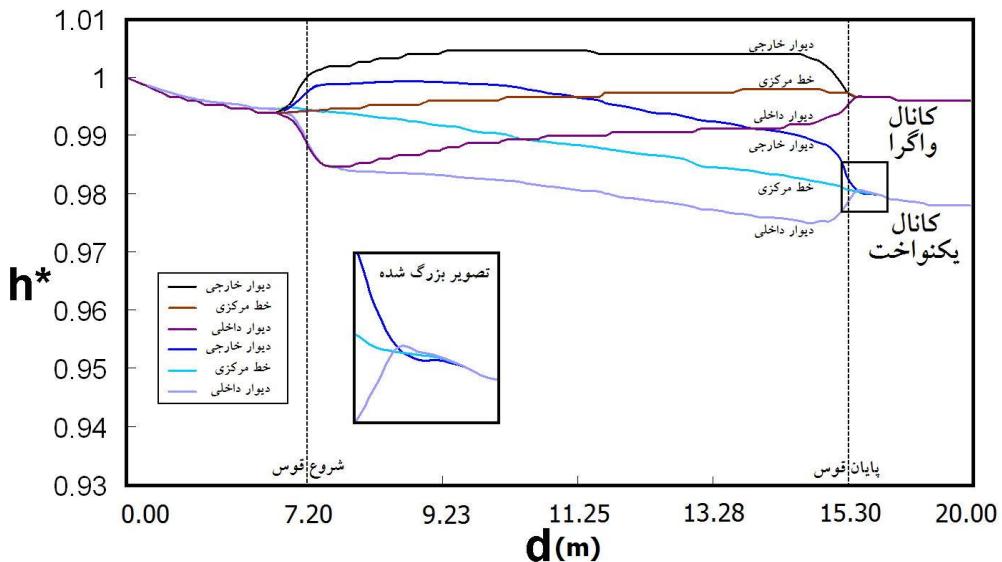
جریان‌های ثانویه و کانتورهای سرعت برای مقاطع عرضی ۰، ۴۵، ۹۰، ۱۳۵ و ۱۸۰ درجه ای در قوس یکنواخت و واگرا در شکل (۹) مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، اندازه‌ی سرعت در قوس واگرا به علت تأثیرپذیری از باز شدگی کمتر از اندازه‌ی سرعت در قوس یکنواخت است اما گستره‌ی تغییرات سرعت در کanal واگرا بزرگتر از کanal با عرض یکنواخت می‌باشد. کانتورهای سرعت برای هر دو قوس دارای شکل تقریباً یکسانی هستند، به نحوی که هسته پرسرعت بعد از ۹۰ درجه ای کاملاً به سمت جدار خارجی متمایل شده و تا پایان قوس در ان محل باقی می‌ماند. هم چنین با نگاه دقیق‌تر به کانتورهای سرعت می‌توان به راحتی شکل و نحوه‌ی رفتار پروفیل‌های قائم سرعت در مقاطع عرضی مختلف موجود در شکل (۵) را توجیه نمود. به عنوان مثال در قسمت مرکزی مقطع عرضی ۴۵ درجه ای، هرچه به سطح آب نزدیک می‌شویم کانتورهای سرعت رنگ‌های تیره‌تری را نشان می‌دهند که نشان دهنده‌ی افزایش سرعت در جهت عمودی و به سمت بالا می‌باشد و شکل (۵) نیز این مسئله را به خوبی تأیید می‌نماید.

قوس به دلیل اثر نیروی گریز از مرکز، سطح آب در جدار خارجی با تغییرات نسبی مثبت و در جدار داخلی با تغییرات نسبی منفی روبرو می‌شود.

رسیدن به قوس شروع می‌شود. این پدیده به دلیل تغییر در جهت حرکت مومنتوم طولی به واسطه‌ی ورود جریان به داخل قوس می‌باشد [۲] که موجب خواهد شد بازه‌ی کوتاهی قبل از ورودی قوس نیز تحت تأثیر قرار گیرد. سپس با رسیدن به



شکل (۹) مقایسه‌ی کانتورهای سرعت و جریان‌های ثانویه در مقاطع عرضی مختلف در کانال‌های با قوس یکنواخت و واگرا



شکل (۱۰) روند تغییرات طولی سطح آب در جدارهای داخلی و خارجی کانال‌های یکنواخت و واگرا

(d: فاصله از ابتدای کانال (متر) و h^* : نسبت بی بعد تراز سطح آب)

جدول (۳) درصد کاهش تراز سطح آب در مجاورت دیوارهای خارجی قوس یکنواخت در مقایسه‌ی با قوس واگرا ارائه شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود با فاصله گرفتن از ابتدای قوس درصد اختلاف تراز سطح آب در دو قوس مذکور افزایش می‌یابد.

همچنین می‌توان پس از خروج از قوس کانال یکنواخت، تغییراتی نوسانی شکل را در سطح آب مشاهده کرد که دلیل ان اثر تبدیل شدن مسیر قوسی شکل به حالت مستقیم است [۲] و مسافتی لازم دارد تا مومنتوم جانبی ایجاد شده توسط هندسه‌ی کانال مستهلک گردد. همان‌گونه که در شکل (۱۰) نیز مشخص است، این پدیده در قسمت خروجی قوس کانال واگرا مشاهده نمی‌شود.

اما مسئله این جاست که چگونگی این روند تغییرات برای دو کانال متفاوت است. همان‌طور که در شکل مشخص می‌باشد، تغییرات سطح برای قوس یکنواخت روندی کاهشی (شیب طولی منفی) و برای قوس واگرا روندی افزایشی (شیب طولی مثبت) دارد. به این معنی که با حرکت در جهت طولی کانال، سطح آب به طور کلی در جدار داخلی، خط مرکزی و جدار خارجی کانال یکنواخت دچار افت می‌گردد؛ در حالی که این پارامتر در قوس واگرا افزایش می‌یابد. علت این موضوع تأثیرگذاری بازشدنگی مقطع کانال بر الگوی جریان است که طی ان در طول بازشدنگی مقطع کانال دبی در واحد عرض کاهش یافته و با در نظر گرفتن نمودار انرژی مخصوص، عمق آب در کانال افزایش می‌یابد. در

جدول (۳) درصد کاهش تراز آب در پروفیل طولی سطح آب برای دیوارهای خارجی قوس یکنواخت نسبت به قوس واگرا

کاهش تراز (%)	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱/۰	۱/۱	۱/۲	۱/۳	۱/۴	۱/۵	۱/۶			
درجه‌ی قوس	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۰	۱۸۰

$$\tau_{b\theta} = \tau_{by} \cos \theta - \tau_{bx} \sin \theta \quad (14)$$

شکل (۱۲) تغییرات تنش برشی را در دو کanal با قوس یکنواخت و واگرا نشان می‌دهد. در کanal یکنواخت ناحیه‌ای با تنش برشی بیشینه در قسمت خروجی قوس دیده می‌شود که در اندک زمانی پس از شروع ازمايش، شروع حرکت ذرات متحرک بستر از اين نقطه خواهد بود [۱۴]. همچنان دهقاني و همكارانش نيز اين موضوع را گزارش نموده‌اند [۱۸]. اين ناحيه در کanal واگرا نيز موجود می‌باشد اما به دليل افزايش سطح آب و كاهش شدید سرعت آب، تنش برشی در اين ناحيه قابل ملاحظه نیست. دليل پيدايش چنان ناحيه با تنش بالائي (بيشتر از ۳/۰ نيوتن بر متر مربع) در اين ناحيه از کanal یکنواخت، گراديان سرعت زياد در اين قسمت از کanal است که ناشي از جا به جايی هسته پر سرعت به طرف دیواره خارجي کanal و گسترش آن در صفحه‌ی نزديك به بستر می‌باشد.

همچنان ناحيه با تنش بالا که در قسمت ميانی و نزديك جدار داخلی در قوس باعرض یکنواخت مشاهده می‌گردد، در کanal با قوس واگرا مشاهده نمی‌شود.

بررسی توزيع تنش برشی در بستر قوس‌ها

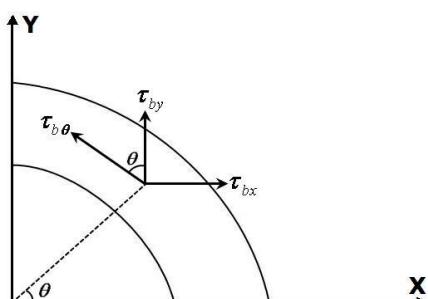
بررسی چگونگی تغييرات بستر نياز به مطالعه‌ی توأم جريان سيال و رسوبات بستر و همچنان اندرکنش آن‌ها دارد اما با در نظر گرفتن چگونگي توزيع تنش برشی کف، تا اندازه‌ای می‌توان الگوي فرسايش و رسوب‌گذاري را برای بسترهاي متتحرك پيش‌بیني کرد.

تاکنون محققان بسياری به بررسی تنش برشی بستر در قوس کanal‌ها پرداخته‌اند. از اين ميان می‌توان به کوپيرز و ورودين‌هيل (۱۹۷۳) اشاره کرد که با بررسی قوس‌های مختلف، معادلات زير را برای محاسبه‌ی تنش برشی بستر در جهات X و Y ارائه نموده‌اند [۱۷]:

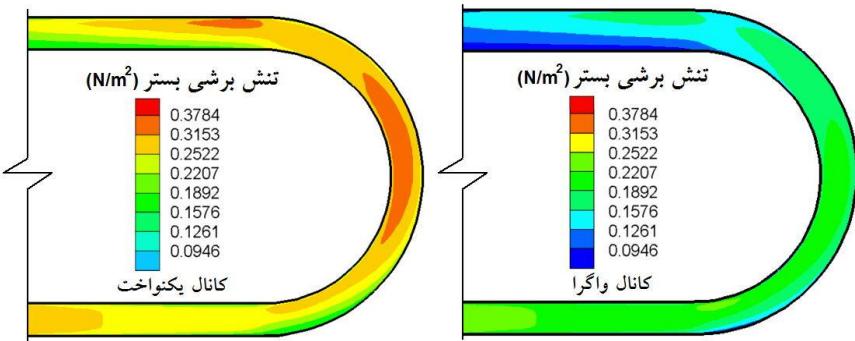
$$\tau_{bx} = \frac{\rho g}{C^2} \bar{U} \sqrt{\bar{U}^2 + \bar{V}^2} \quad (12)$$

$$\tau_{by} = \frac{\rho g}{C^2} \bar{V} \sqrt{\bar{U}^2 + \bar{V}^2} \quad (12)$$

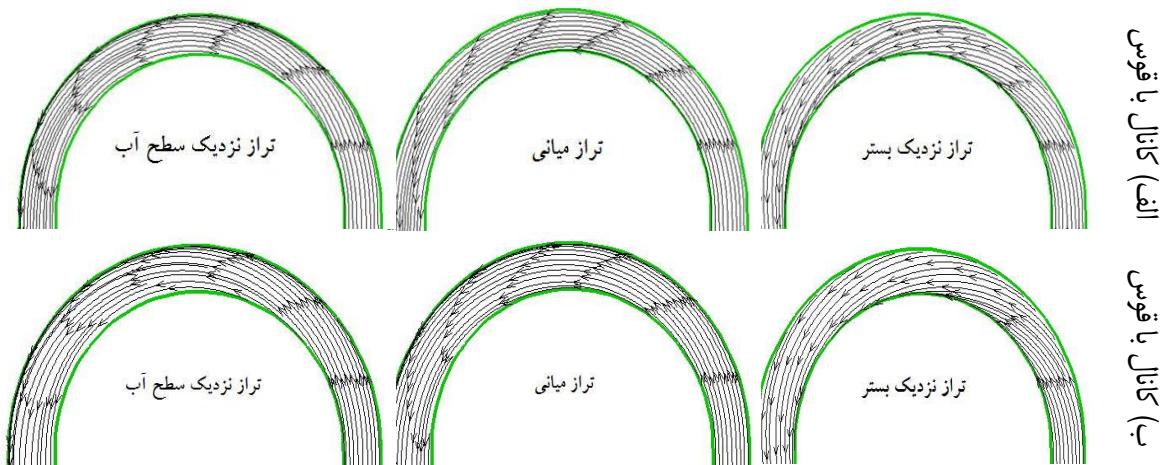
در اين فرمول‌ها \bar{U} و \bar{V} به ترتيب متوسط عمقی سرعت در جهات X و Y بر حسب متر بر ثانية، هم‌چنان τ_{bx} و τ_{by} نيز به ترتيب تنش برشی بستر در جهات X و Y می‌باشند. پس از محاسبه‌ی مؤلفه‌ی‌هاي تنش برشی بستر در جهات X و Y، مؤلفه‌ی طولي تنش برشی در راستاي θ را می‌توان به کمک رابطه‌ی (۱۲) به دست آورد [۱۷]:



شکل (۱۱) اجزای تنش برشی بستر برای یک قوس در مختصات کارتزین و قطبی



شکل (۱۲) مقایسه‌ی تنش‌های برشی کف برای دبی 30 lit/s در قوس‌های یکتواخت و واگرا



شکل (۱۳) مقایسه‌ی خطوط جریان در صفحه‌ی نزدیک سطح آب، عمق متوسط، و نزدیک بستر در قوس‌های یکتواخت و واگرا

سطح آب می‌باشد که دلیل آن وجود جریان یک-طرفه به سمت جدار داخلی در بستر کanal و بیشتر بودن شدت جریان ثانویه در ترازهای پایین‌تر جریان نسبت به ترازهای بالاتر است. الگوی خطوط جریان در صفحه‌ی عمق متوسط این کanal تأثیر چندانی از جریان ثانویه نگرفته و از انحنای آن پیروی می‌کند. مسیر خطوط جریان در صفحه‌ی نزدیک سطح آب به سمت دیواره خارجی کanal تمايل دارد. ذرات آب از جدار داخلی ورودی قوس شروع به حرکت می‌نمایند، به سمت جدار خارجی حرکت کرده و نهایتاً در پایین‌دست به دیواره بیرونی کanal برخورد می‌کند [۲].

بررسی خطوط جریان در ترازهای افقی مختلف در طول کanal

شکل (۱۳) نشان می‌دهد که الگوی خطوط جریان برای هر دو کanal شکل یکسانی دارند؛ با این تفاوت که به دلیل بازشدنی تدریجی مقطع کanal هرچه به سمت خروجی قوس نزدیک می‌شویم خطوط جریان از هم فاصله گرفته و دارای تراکم کمتری می‌باشند که نشان دهنده‌ی کاهش دبی در واحد عرض است. در صفحه‌ی نزدیک بستر، الگوی خطوط جریان انحراف شدیدی را به سمت جدار داخلی قوس نشان می‌دهد و ذرات جریان از قوس پیروی نمی‌کنند. میزان انحراف ذرات در صفحه‌ی نزدیک بستر در ورودی قوس بیشتر از صفحه‌ی نزدیک

سرعت حداکثر در قوس واگرا در حدود زاویه‌ی ۸۰ درجه‌ی قوس با جدار خارجی مماس می‌گردد، اما در قوس با عرض یکنواخت خط سرعت حداکثر در حدود زاویه‌ی بین ۹۰ تا ۱۰۰ درجه‌ی با جدار خارجی قوس مماس می‌شود و تا پایان قوس در همین حالت باقی می‌ماند. تغییرات سطح آب برای کanal یکنواخت روندی کاهشی (شیب طولی منفی) و برای کanal واگرا روندی افزایشی (شیب طولی مثبت) دارد. به این معنی که با حرکت در جهت طولی کanal، سطح آب به طور کلی در جدار داخلی، خط مرکزی و جدار خارجی کanal یکنواخت دچار افت می‌گردد؛ در حالی که این پارامتر در کanal واگرا افزایش می‌یابد. محدوده‌ی کاهش تراز آب در پروفیل طولی سطح آب برای دیواره‌ی خارجی قوس یکنواخت نسبت به قوس واگرا بین ۱۰/۰٪ برای ابتدای قوس تا ۱/۶٪ برای انتهای قوس می‌باشد. ناحیه‌ی با تنفس برشی زیاد در خارج قوس کanal واگرا نیز موجود است اما به دلیل افزایش سطح آب و کاهش شدید سرعت آب، تنفس برشی در این ناحیه قابل ملاحظه نیست و همچنین الگوی خطوط جریان برای هر دو قوس کanal شکل یکسانی دارند.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر آبندان الگوی جریان در دو کanal با قوس ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت و واگرا شبیه‌سازی و سپس با هم مقایسه‌ی شدند. پروفیل‌های طولی سرعت در هر دو کanal کاملاً هم شکل بوده و فرم ظاهری آن‌ها یکسان است. در تمامی مقاطع مورد بررسی، قوس داخلی کاهش سرعت طولی بیشتری را نسبت به قوس خارجی از خود نشان می‌دهند. این کاهش بیشتر سرعت در قوس خارجی نسبت به قوس داخلی تقریباً ثابت و حدوداً ۵ تا ۷ درصد است. به دلیل کوچکتر بودن مؤلفه‌ی سرعت طولی قوس واگرا نسبت به یکنواخت، ماکریم قدرت جریان حلزونی در کanal یکنواخت به میزان ۱۰/۵۵ درصد کمتر از کanal واگرا می‌باشد. در مقطع ۱۳۵ درجه‌ی کanal واگرا نیز سلول چرخشی که برخلاف جهت چرخش جریان ثانویه‌ی اصلی باشد مشاهده می‌شود و توسعه یافته تر می‌باشد. مسیر سرعت حداکثر در صفحه‌ی نزدیک سطح آب در حدود زاویه‌ی ۵۰ درجه‌ی خط مرکزی کanal را در قوس واگرا قطع می‌نماید؛ در حالی که این انفاق در حدود زاویه‌ی ۵۵ درجه‌ی در قوس یکنواخت رخ می‌دهد. خط

منابع

- ۱- پیرستانی، م. (۱۳۸۳). "بررسی الگوی جریان و آبشنستگی در دهانه‌ی ورودی آبگیر کanal‌های دارای انحنای". رساله‌ی دکتری، دانشگاه ازاد اسلامی، واحد تحقیقات و فن اوری، تهران.
- ۲- پور نصیری، م.، پیرستانی، م. ر. و مجذزاده طباطبایی، م. ر. (۱۳۸۷). "بررسی تغییرات قدرت جریان حلزونی در کanal‌های قوسی (U) شکل". هشتمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه صنعت آب و برق (شهید عباسپور).
- ۳- دهقانی، ا. ا. و همکاران. (۱۳۸۵). "بررسی شرایط جریان بر تغییرات بستر کanal‌های آبرفتی در قوس ۱۸۰ درجه‌ی". مجله هیدرولیک
- ۴- قبادیان، ر.، محمدی، ک. و فضیحی، س. (۱۳۸۸). "شبیه‌سازی و مقایسه‌ی خصوصیات جریان در قوس ۱۸۰ درجه‌ی یکنواخت همگرا با استفاده از مدل عددی سه بعدی". هشتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی رودخانه، دانشگاه شهید چمران اهواز.

- ۵- منصوری، ا. ر. (۱۳۸۵). "شبیه سازی عددی سه بعدی تغییرات بستر در قوس ۱۸۰ درجه ای." پایان نامه ای کارشناس ارشد مهندسی عمران آب، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس.
- ۶- واقفی، م. و قدسیان، م. (۱۳۸۹). "تأثیر تنگ شدن گی مقطع بر تغییرات تپوگرافی بستر ناشی از آبشکن T شکل مستقر در انتهای قوس ۹۰ درجه ای." پنجمین کنگره ای ملی مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.
- 7- Chow, V. T. (1959). "Open channel hydraulics." McGraw-Hill Books Co., pp. 439-486.
- 8- Ruther, Nils, (2006). "Computational fluid dynamics in fluvial sedimentation engineering." Norwegian University Of Science and Tecnology.
- 9- Mosonyi, E., and Gotz, W. (1973). "Secondary currents in subsequent model bends." International Symposium on River Mechanics, Asian Institute of Technology, Bangkok, Thailand, 1:191–201.
- 10- Lu, W. Z., Zhang, W. S., Cui, C. Z., and Leung, A. Y. T. (2004). "A numerical analysis of free surface flow in curved open channel with velocity-pressure-free-surface correction." Computational Mechanic (33), 215-224.
- 11- Leschziner, M. A., and Rodi, W. (1979). "Calculation of strongly curved open channel flow." Journal of Hydraulic Division, 105(10), 1297-1313.
- 12- Lien, H. C., Hsieh, T. Y., and J. C. Yang. (1999). "Bend-flow simulation using 2D depth-averaged model." Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 125(10), 1097-1108.
- 13- Booij, R. (2003). "Measurements and large eddy simulations of some curved flumes." Journal of Turbulence, 4(1), 8-16.
- 14- Olsen, N.R.B. (2006). "A three-dimensional numerical model for simulation of sediment movements in water intakes with multiblock option." Department of Hydraulic and Environmental Engineering, The Norwegian University of Science and Technology.
- 15- Huang, S. L., Jia, Y. F., and Wang S. Y. (2006). "Numerical Modeling of Suspended Sediment Transport In Channel Bends." Journal of Hydrodynamics, 18(4): 411-417.
- 16- Ghodsian, M., and Vaghefi, M. (2009). "Experimental study on scour and flow field in a scour hole around a T-shape spur dike in a 90° bend." International Journal of Sediment Research, Vol. 24, No. 2, pp. 145–158.
- 17- Wang, J. L., and Sui, J. Y. (2010). "Floating Rate of Frazil Ice Particle In Flowing Water In Bend Channes - A Three-Dimensional Numerical Analysis." Journal of Hydrodynamics, 22(1):19-28.

- 18- Naji Abhari, M., Ghodsian, M., Vaghefi, M., and Panahpur, N. (2010). "Experimental and numerical simulation of flow in a 90° bend." Journal of Flow Measurement and Instrumentation.

