Shahid Chamran University of Ahvaz

Irrigation Sciences and Engineering (JISE) Vol. 43, No. 3, Fall 2020, Original Paper, p. 179-196

EXTENDED ABSTRACT

Numerical Modeling of Wave Breaking in a Bumpy Channel Using Incompressible Smoothed Particles Hydrodynamics

S. Farmani khanekahdani[1*], G. Barani[2] and M. Ghaeini-Hessaroeyeh[3]

1*- Corresponding Author, Ph.D. Graduate, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Iran *(Sajedeh.farmani@eng.uk.ac.ir).*

3- Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Iran.

3- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Iran.

Received: Revised: Accepted:

Keywords: Waves breaking, ISPH method, Fractional step method, Dam break.
DOI: 10.22055/jise.2019.23179.1647.

Introduction

Wave breaking can occur in dam break phenomenon. These waves can be summarized as an uncontrolled release of water flow instantaneously from rest by the sudden removal of a vertical barrier that initially contains water. This occurrence usually causes huge loss of lives and destructions of properties and environment. Therefore, prediction of water level position, velocity and pressure is essential.

Recently meshless methods have been used for numerical modeling of free surface flows. One of the oldest meshless methods is the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). This method is robust to simulate problems with large deformations. Furthermore, SPH method has used successfully to model the fixed-bed dam break waves on a dry-bed and wet-bed downstream channel (Lee et al. 2008 and Khayed & Gotoh, 2010). SPH simulations of the incompressible flows can be performed by two methods: 1) approximately simulating incompressible flows with a small compressibility, namely Weakly Compressible SPH (WCSPH); 2) simulating flows by enforcing incompressibility, namely Incompressible SPH (ISPH). In WCSPH method, the flow is considered as slightly compressible, with a state equation for the pressure calculation (Monaghan, 1994). In ISPH method the pressure-velocity coupling is generally achieved by the projection method (Hu and Adams, 2007). This paper presents a two-dimensional ISPH model to simulate dam break waves in a bed with a hump.

Numerical model

The governing equations contain the Navier–Stokes equations (mass and momentum conservation equations) that are written in 2D Lagrangian form as:

$$\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \boldsymbol{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{f}_b \tag{2}$$

Where ρ is flow density, $\mathbf{u}$ is flow velocity, p is pressure, μ is dynamic viscosity, $\boldsymbol{f}_b$ represents the body force and t is time. Eq. (1) is in the form of a compressible flow. Incompressibility is enforced in a correction step of the time integration by setting $D\rho / Dt = 0$ at each particle. The motion of each particle is calculated by $Dr / Dt = u$, with $\mathbf{r}$ being the position vector. These equations were solved by ISPH method.

Results and discussion

The numerical accuracy and validation of the proposed ISPH model are examined by laboratory measurements and numerical modeling (using finite difference method (FDM)) of dam-break waves in a bumpy channel with an open and close end. In order to access the above purpose, the test case is selected from the experimental results of Ozmen-Cagatay et al (2014) and Soares-Frazao (2002).

In Figure (1), pressure field and particles position for the results of numerical modeling and comparison with experimental data at t=4.74 s are shown. In Figure (2), the comparison between non-dimensionalized water depth in the present model and experimental results at $T = 29.69$ are shown. The time t was multiplied by $(g / h_o)^{0.5}$ to obtain dimensionless time $T = t(g / h_o)^{0.5}$. For more comparison, the wave height in a channel with a closed end is also investigated and presented. Figure (3) shows these results. In this figure, the present model results are compared with the experimental results of Soares-Frazao and Numerical modeling results of Marsooli et al (2002). The good agreement between the computational results and the experimental measurements show the ability of the model in simulation of dam break waves in an uneven bed. Also, the ISPH model presents better results in comparison with the results of Marsooli et al. (2011).

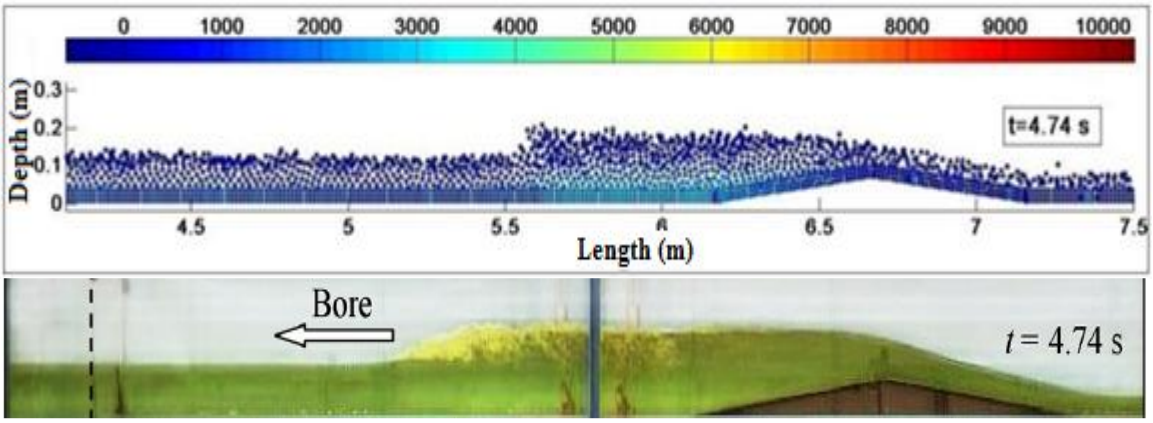


Fig. 1- Pressure field and particles position in the present model and comparison with experimental measurements of Ozmen-Cagatay et al (2014).

 DOI: 10.22055/jise.2019.23179.1647

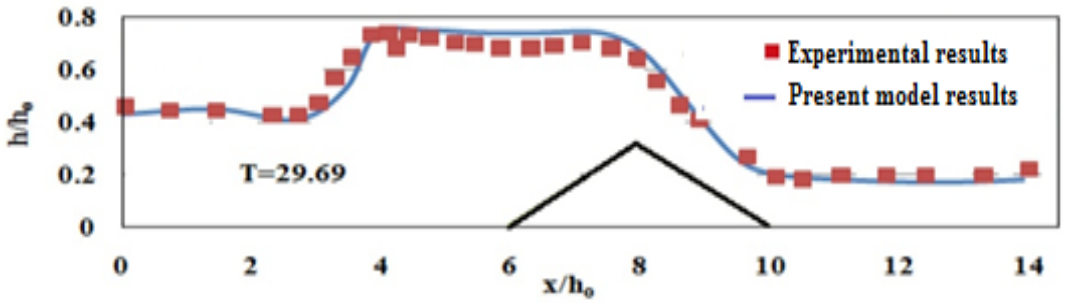


Fig. 2- Comparison between the free surface profile in the present model and experimental measurements of Ozmen-Cagatay et al (2014) at dimensionless time T=29.69

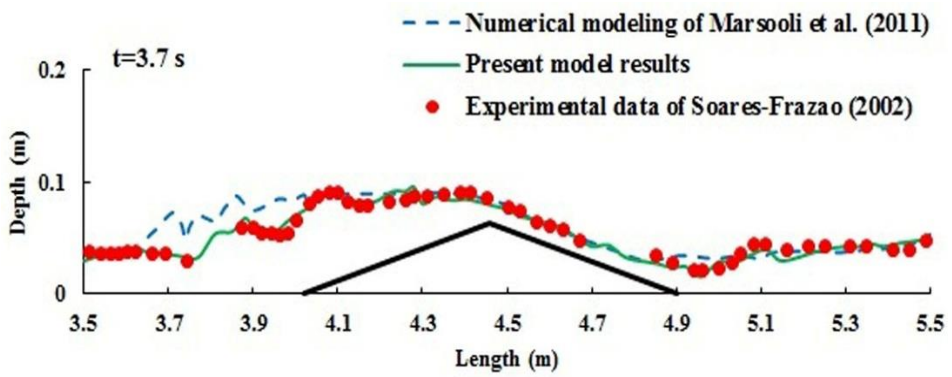


Fig. 3- Comparison between the free surface profile in the present model, numerical modeling of Marsooli et al. (2011) and experimental measurements of Soares-Frazao (2002) at time t=3.7

Conclusion

In this paper, a numerical modelling of waves breaking in a bumpy channel with the different is developed. An ISPH Method is presented to simulate dam break flows with free surface in the bumpy bed. SPH is a Lagrangian particle method which does not require a grid to simulate free surface flows. The method employs particles to discretize the Navier–Stokes equations and the interactions among particles simulate the flows. Thus, because of the Lagrangian nature of this method, numerical diffusion error that is due to the advection term of N-S equations does not arise. The numerical accuracy and validation are performed through laboratory experiments to prove the capability of the ISPH model to simulate dam break flows in uneven beds. The result of the comparison shows that ISPH computations are in good agreement with experimental data.

Acknowledgement

The authors are grateful to Shahid Bahonar University of Kerman for cooperating in this research.

References

1- Hu, XY. And Adams, NA, 2007. An incompressible multi-phase SPH method", *Journal of Computational Physics*, 227(1), pp. 264-278.

2- Khayyer, A. and Gotoh, H., 2010. On particle-based simulation of a dam break over a wet bed. *Journal of Hydraulic Research*, 48(2), pp. 238–249.

3- Lee, E.S., Moulinec, C., Xu, R., Violeau, D., Laurence, D. and Stansby, P., 2008. Comparisons of Weakly Compressible and Truly Incompressible Algorithms for the SPH Mesh Free Particle Method, *Journal of Computational Physics*, 227, pp. 8417-8436.

4- Marsooli, R., Zhang, M. and Weiming, Wu. 2011. Vertical and horizontal two-dimensional numerical modeling of dam-break flow over fixed beds. World Experimental and Water Resources Congress (ASCE). pp. 2225-2233.

5- Monaghan, J.J., 1994. Simulating free surface flows whit SPH, *Journal of Computational Physicss*, 110, pp. 399-406.

6- Ozmen-Cagatay, H., Kocaman, S. and Guzel, H., 2014. Investigation of dam-break flood waves in a dry channel with a hump, *Journal of Hydro-enviroment Research*, pp.1-12.

7- Soares-Frazao, S. 2002. Dam-break induced flows in complex topographies. Theoretical, numerical and experimental approaches. PhD Thesis, Louvainla- Neuve: Universitá Catholique de Louvain, Civil Engineering Department, Hydraulics division, 116(8).

© 2020 by the authors. Licensee SCU, Ahvaz, Iran. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license) (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

علوم و مهندسی آبیاری جلد ۴۳، شماره‌ی۳، پاییز ۹۹، مقاله پژوهشی، ص. ۱۹۶-۱۷۹

مدل‌سازی عددی شکست موج در کانال با مانع با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر

ساجده فرمانی خانکهدانی[1*]، غلامعباس بارانی[2] و مهناز قائینی حصاروئیه[3]

۱*- نویسنده مسئول، فارغ التحصیل دکتری سازه‌های هیدرولیکی، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، sajedeh.farmani@eng.uk.ac.ir

۲- استاد، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۳- دانشیار، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان،

دریافت: ۱۳۹۶/۶/۲۵ بازنگری: ۱۳۹۸/۳/۲۸ پذیرش: ۱۳۹۸/۴/۲

چکیده

شکست موج پدیده‌ای است که در جریان‌های مخاطره‌آمیز سیلاب اتفاق می‌افتد. از این رو شبیه‌سازی چنین جریان‌هایی با روشی مناسب از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این تحقیق شکست امواج روی بستر ناهموار با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر (ISPH) مدل‌سازی شده است. روش ISPH یک روش لاگرانژی و مبتنی بر ذره بوده که برای مدل‌سازی جریان دارای سطوح آزاد پیچیده قدرتمند می‌باشد. معادله‌های حاکم در این مدل، معادله‌های بقای جرم و اندازه حرکت (معادله‌های ناویر استوکس) می‌باشند که با روش دو گام جزیی حل شده اند. به‌منظور بررسی کارایی مدل حاضر، مسئله شکست سد درکانال با مانع با انتهای باز و بسته مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج مدل‌سازی نشان می‌دهد که بسیاری از پدیده‌های پیچیده که در جریان‌های دارای امواج شکننده اتفاق می‌افتند، به خوبی با روش ISPH قابل مدل‌سازی است. حداکثر خطای به‌دست آمده با مقایسه نتایج مدل عددی و داده‌های آزمایشگاهی، ۱۵/۳ درصد محاسبه شده است که نشان‌دهنده دقت خوب مدل ISPH برای شبیه‌سازی مسائل پیچیده مانند جریان‌های ناشی از سیلاب در شکست سد می‌باشد.

کلید واژه‌ها: شکست امواج، روش ISPH، روش دو گام جزیی، شکست سد.

مقدمه

امواج شکننده در پدیده‌هایی مانند شکست سد اتفاق می‌افتد و از جمله جریان‌های دارای سطح آزاد پیچیده به‌شمار می‌رود. از این رو پیش‌بینی سرعت، فشار و موقعیت سطح آزاد در این نوع جریان‌ها ضروری به‌نظر می‌رسد. اخیراً روش‌های بدون شبکه‌بندی برای مدل‌سازی جریان‌های سطح آزاد مانند روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده مورد استفاده قرار گرفته اند. این روش، روشی قدرتمند برای شبیه سازی جریان‌های با سطوح آزاد پیچیده می‌باشد که در ابتدا توسط Lucy (1977) و Monaghan (1992) معرفی شد.

روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده در ابتدا در مسائل اختر فیزیک (Astrophysical) به‌کار گرفته شد و بعد از آن به‌طور گسترده‌ای در مکانیک سیالات و جامدات (Monaghan, 2000) بسط پیدا کرد. ایده اصلی روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده استفاده از ذرات گسسته برای بیان محیط سیال می‌باشد که این ذرات دارای جرم، حجم و چگالی می‌باشند. تحلیل سطح آزاد جریان در روش‌های بدون شبکه‌بندی به مراتب ساده‌تر از روش‌های وابسته به شبکه‌بندی می‌باشد. هم‌چنین، به علت فرمول‌بندی لاگرانژی، جمله انتقال در آن‌ها بدون هیچ خطای عددی مورد محاسبه قرار می‌گیرد (Ataie-Ashtiani et al., 2006). روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده هم برای سیال‌های تراکم‌پذیر و هم برای سیال-های تراکم‌ناپذیر قابل به‌کارگیری است. Xu et al. (2009) الگوریتم جدیدی را برای هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم-ناپذیر مطرح کردند و بر روی دقت و پایداری روش خود با مدل‌سازی مسائل مختلف جریان با سطح آزاد بحث کردند. Chang et al. (2011) با استفاده از معادله‌های آب‌کم عمق و روش هیدرودینامیک ذرات‌هموار شده به مدل‌سازی جریان ناشی از شکست سد در یک کانال باز پرداختند. آن‌ها در فرمول‌بندی این روش، از ایده ذرات آب لایه‌ای (Slice Water Particles) استفاده نمودند. Kao و Chang (2012) با استفاده از معادله‌های آب کم‌عمق و روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده به شبیه‌سازی سیلاب ایجادشده ناشی از شکست سد پرداختند. آن‌ها ایده ذرات آب استوانه‌ای (Cylindrical Water Particles) را برای تولید جریان آب در یک رودخانه به‌کار بردند. Razavi Tossi et al. (2010) تأثیر مقیاس زمان را در شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد

DOI: 10.22055/jise.2019.29090.1837

با استفاده از روش SPH بررسی نمودند. Nomeritae et al. (2016) از یک الگوریتم SPH تراکم‌ناپذیر صریح (Explicit Smoothed Particles Hydrodynamic) برای مدل‌سازی جریان سطح آزاد استفاده نمودند. در این مطالعه آن‌ها این الگوریتم را با رویکردهای تراکم‌پذیر ضعیف مقایسه نمودند و نقاط ضعف و قوت آن را بیان کردند. Ren et al. (2016) یک رویکرد SPH بهبود-یافته برای حل جریان‌های نیوتنی با سطح آزاد در سه بعد ارائه نمودند. این رویکرد با کوپل کردن یک روش SPH بهبودیافته بر پایه شرایط تراکم‌ناپذیری با SPH مرسوم به‌دست آمد. این محققین نتایج کار خود را با چند مسئله معیار و هم‌چنین نتایج کار محققین دیگر صحت‌سنجی نمودند. Xu و Deng (2016) از روش SPH بهبودیافته با تراکم‌پذیری ضعیف برای شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد در سیال‌های ویسکوز و ویسکوالاستیک استفاده نمودند. در این مطالعه آن‌ها به‌منظور بهبود دقت و پایداری روش SPH گرادیان کرنل را تصحیح نمودند. و هم‌چنین به‌منظور اثبات کردن کارایی این الگوریتم، روش خود را با تعدادی از مثال‌های عددی مقایسه کردند. Pahar و Dhar (2017) عملگر گرادیان فشار را برای جریان چند فازی در محیط متخلخل با مدل ISPH اصلاح نمودند. Xu و Lin (2017) از روش دو گام جزیی در مدل ISPH برای ارتفاع سطح آزاد استفاده کردند. آن‌ها نتایج مدل خود را با چندین مسئله انتشار موج اعتبار سنجی کردند. Rezavand et al. (2017) از روش ISPH برای شبیه‌سازی عددی جریان‌های چند فازی با نسبت‌های چگالی بالا استفاده کردند. این محققین نتایج شبیه‌سازی خود را با نتایج تحلیلی و عددی صحت‌سنجی نمودند.

همان‌طور که پیش تر هم گفته شد، در جریان‌های با سطح آزاد، دو دیدگاه تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر با روش SPH وجود دارد. در روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌پذیر، فشار ذرات با حل یک معادله حالت به شکل صریح محاسبه می‌شود، در حالی که در روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر، فشار ذرات با حل معادله پواسون فشار به دست می‌آید. هر دو رویکرد به‌طور موفقیت-آمیزی برای مدل‌سازی مسائل مختلف جریان‌های سطح آزاد به‌کار گرفته شده‌اند (Shao and Lo, 2003). راهکار تراکم‌پذیری ضعیف در شبیه‌سازی جریان‌ها باعث به وجود آمدن مشکلاتی از قبیل انعکاس موج صدا در مرزها می‌شود. هم‌چنین سرعت صوت بالا باعث کوچک شدن گام‌های زمانی و به تبع آن باعث افزایش هزینه‌های محاسباتی می‌شود. تغییرات کم در چگالی سیال نیز می-تواند باعث به‌وجود آمدن خطاهای بزرگ در میدان فشار و ناپایداری عددی گردد (Lee et al., 2008). به همین دلیل روش ISPH نسبت به روش WCSPH برتری دارد. در این مقاله از روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر استفاده شده است توسعه مدل عددی دو بعدی قائم ISPH برای گسسته‌سازی معادله-های ناویر استوکس (معادله‌های بقای جرم و اندازه حرکت) به‌منظور مدل‌سازی عددی شکست موج در کانال حاوی مانع، از نوآوری مهم مقاله حاضر است. در بخش بعد معادله‌های حاکم مطرح می‌گردد.

در ادامه، چگونه تهیه مدل عددی با روش ISPH همراه با چگونگی اعمال شرایط مرزی توضیح داده می‌شود. سپس نتایج مدل حاضر با داده‌های آزمایشگاهی و همچنین مدل‌سازی عددی سایر محققین برای کانال با بستر ناهموار مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد.

معادله‌های حاکم

در مدل حاضر فرض می‌شود که سیال غیر قابل تراکم بوده و از تغییرات پارامترهای جریان در عرض کانال نیز صرف‌نظر می‌شود. معادله‌های ناویر– استوکس (معادله‌های بقای جرم و اندازه حرکت) در دو بعد و به شکل لاگرانژی با روابط (۱) و (۲) نوشته می‌شوند.

$$\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt}+\nabla.\mathbf{u}=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\frac{\mu}{\rho}\nabla^2\mathbf{u}+\mathbf{g} \qquad (۲)$$

در این معادله‌ها، ρ چگالی، t زمان، $\mathbf{u}$ بردار سرعت، p فشار و $\mathbf{g}$ شتاب ثقل می‌باشد.

تهیه مدل عددی

فرمول بندی روش SPH

در روش SPH دامنه محاسباتی به‌وسیله تعداد مشخصی از نقاط نامنظم که به عنوان ذره شناخته می‌شوند، بیان می‌شود. این ذرات همراه سیال حرکت می‌کنند و هر کدام دارای جرم، چگالی، فشار و مؤلفه‌های سرعت هستند (Dalrymple and Rogers, 2011). اساس روش SPH بر درونیابی بین این ذرات شکل گرفته است. در روش حاضر، از درون‌یابی انتگرالی استفاده شده که در آن از تابع کرنل به‌عنوان تابع تقریب استفاده می‌شود. با توجه به این تعاریف، تابع تقریب f با رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$f(\mathbf{r})=\int_{\Omega} f(\mathbf{r})\widehat{W}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|,h)dr \qquad (۳)$$

که در آن $\widehat{W}$، تابع درونیابی کرنل، $\mathbf{r}$ بردار موقعیت و Ω ناحیه تأثیر اطراف یک ذره و هم‌چنین دقت روش را مشخص می‌کند (De Wit, 2006 و Monaghan, 1994).

شکل گسسته رابطه (۳) به صورت رابطه (۴) می‌باشد:

$$f(\mathbf{r}_i)=\sum_{j=1}^{n}\frac{m_j}{\rho_j}f(\mathbf{r}_j)W(|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j|,h) \qquad (۴)$$

که در آن i بیان‌گر ذره مرکزی، j ذرات همسایه ذره مرکزی، m جرم ذرات، ρ چگالی ذرات و h طول هموار می‌باشد. رابطه (۴) ایده اصلی روش SPH در تخمین تابعی مانند $f(\mathbf{r})$ می‌باشد (Ataie-Ashtiani et al., 2006)

لازم به ذکر است که در این تحقیق از تابع درون‌یابی کرنل cubic spline که توسط Monaghan (1992) به‌صورت رابطه (۵) معرفی شده، استفاده گردیده است.

$$W_{ij} = \begin{cases} \frac{10}{7\pi h^2}(1-\frac{3}{2}q^2+\frac{3}{4}q^3), if\ 0 \le q < 1 \\ \frac{10}{28\pi h^2}(2-q)^3, if\ 1 \le q \le 2 \\ 0. otherwise \end{cases} \quad (۵)$$

در رابطه (۵) $q = r/h$ و r فاصله بین ذرات می‌باشد.
با توجه به تابع تقریب f، چگالی یک ذره، به‌صورت رابطه (۶) بیان می‌شود:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{n} m_j \hat{W}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h) \quad (۶)$$

جمله گرادیان در معادله ناویر - استوکس را در روش SPH می‌توان به شکل‌های مختلفی گسسته‌سازی نمود. یکی از این روش‌ها که مقدار حرکت خطی و زاویه‌ای را حفظ می‌نماید به صورت رابطه (۷) می‌باشد :

$$\frac{1}{\rho_i}(\nabla p_i) = \sum_j m_j (\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2}).\nabla_i \hat{W}_{ij} \quad (۷)$$

که در آن p فشار ذرات و ∇ اپراتور برداری نابلا (Nabla) می‌باشد. جمله لاپلاسین شامل مشتق دوم تابع کرنل بوده که نسبت به پراکنده بودن ذرات حساس است. در لاپلاسین فشار، این موضوع می‌تواند باعث ناپایداری فشار گردد، بنابراین توسعه یک رابطه پایدار برای جمله لاپلاسین بسیار مهم می‌باشد. رابطه (۸) به‌وسیله Shao و Lo (2003) ارائه گردیده که پایدار است:

$$\nabla.\left(\frac{1}{\rho}\nabla p\right)_i = \sum_j m_j \frac{8}{(\rho_i + \rho_j)^2} \frac{p_{ij}\vec{\mathbf{r}}ij W_{ij}}{|\vec{\mathbf{r}}ij|^2 + \eta^2} \quad (۸)$$

که در آن $p_{ij} = p_i - p_j$ ، $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ و $\eta = 0.1h$ بوده و برای جلوگیری از صفر شدن مخرج در حین محاسبات می‌باشد (Shao and Lo, 2003).

با توجه به فرمولاسیون روش SPH برای دیورژانس، جمله مربوط به لزجت سیال به صورت رابطه (۹) بیان می‌گردد (Shao and Lo, 2003).

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\nabla^2\mathbf{u}\right)_i = \sum_j \frac{4m_j(\mu_i+\mu_j)\mathbf{r}_{ij}.\nabla_i W_{ij}}{(\rho_i+\rho_j)^2(|\mathbf{r}_{ij}|^2+\eta^2)}(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \quad (۹)$$

الگوریتم دو گام جزیی

بعد از تعیین شرایط اولیه مسأله مانند ابعاد اولیه، طول هموار، تعداد ذرات، جرم ذرات، فاصله بین ذرات و سرعت اولیه آن‌ها، محاسبه‌ها با روش ISPH با الگوریتم دو گام جزیی انجام می‌شود. با استفاده از این الگوریتم، مدل ISPH در پنج مرحله زیر خلاصه می‌گردد:

- در مرحله اول چگالی اولیه ذرات با استفاده از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$\rho_i^0 = \sum_j m_j \hat{W}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h) \quad (۱۰)$$

- مرحله پیش‌بینی: در این مرحله نیروهای وارد بر سیال با در نظر گرفتن دو جمله نیروی ثقل و لزجت سیال محاسبه‌شده و سرعت و موقعیت اولیه ذرات به‌دست می‌آید.

$$\nabla\mathbf{u}^* = (\mathbf{g} + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\mathbf{u})\Delta t \quad (۱۱)$$

$$\mathbf{u}_* = \mathbf{u}_t + \Delta\mathbf{u}_* \quad (۱۲)$$

در رابطه‌های ذکر شده $\mathbf{u}_t$ و $\mathbf{r}_t$ سرعت و موقعیت ذرات در زمان t، $\mathbf{u}_*$ و $\mathbf{r}_*$ سرعت و موقعیت اولیه ذرات، $\nabla\mathbf{u}_*$ اختلاف سرعت ایجاد شده ذرات در گام پیش‌بینی و Δt بیان‌گر گام زمانی می‌باشد. در این مرحله هنوز شرط تراکم‌ناپذیری ارضا نشده است و چگالی ذرات سیال که براساس موقعیت پیش‌بینی شده ذرات محاسبه شده است (ρ_i^*)، با چگالی اولیه ذرات (ρ_i^0) اختلاف دارد.

$$\rho_i^* = \sum_j m_j \hat{W}(|r_i^* - r_j^*|, h) \quad (۱۴)$$

- مرحله تصحیح: در این مرحله جمله فشار با استفاده از رابطه بقای جرم رابطه (۱) به‌دست می‌آید.

$$\frac{1}{\rho}\frac{\rho_0 - \rho_*}{\Delta t} + \nabla.(\Delta\mathbf{u}_{**}) = 0 \quad (۱۵)$$

$$\Delta\mathbf{u}_{**} = -\frac{1}{\rho}\nabla p_{t+1}\Delta t \quad (۱۶)$$

 DOI: 10.22055/jise.2019.29090.1837

که در این رابطه $\Delta \mathbf{u}_{**}$ سرعت تصحیح شده می‌باشد. با ترکیب رابطه‌های (۱۵) و (۱۶) معادله پواسون فشار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\nabla.(\frac{1}{\rho_*}\nabla p_{t+1}) = \frac{\rho_0 - \rho_*}{\rho_0 \Delta t^2} \quad (۱۷)$$

با اعمال فرمولاسیون SPH برای گسسته‌سازی جمله لاپلاسین، دستگاهی از معادله‌های خطی به‌دست می‌آید که با روش‌های تکراری قابل حل است.

– سرعت جدید ذرات با استفاده از روابط (۱۶) و (۱۸) محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{u}_t + \Delta \mathbf{u}_{**} \quad (۱۸)$$

$$\mathbf{r}_{t+1} = \mathbf{r}_t + \frac{\mathbf{u}_{t+1} + \mathbf{u}_t}{2}\Delta t \quad (۱۹)$$

تمامی مراحل فوق به‌صورت فلوچارتی در شکل (۱) نشان داده شده است.

با توجه به نیمه‌ضمنی بودن روش هیدرودینامیک ذرات هموار-شده تراکم‌ناپذیر، اندازه گام زمانی باید به‌منظور دست‌یابی به پایداری کنترل گردد. در مدل حاضر اندازه گام زمانی توسط پارامتر لزجت و عدد کورانت کنترل می‌گردد.

$$\Delta t \le \min(0.1\frac{l_0^2}{\mu/\rho}, 0.1\frac{l_0}{V_{\max}}) \quad (۲۰)$$

که در این رابطه l_0، فاصله بین ذرات و $V_{\max}$، سرعت حداکثر در هر گام زمانی است (Shao and Lo, 2003).

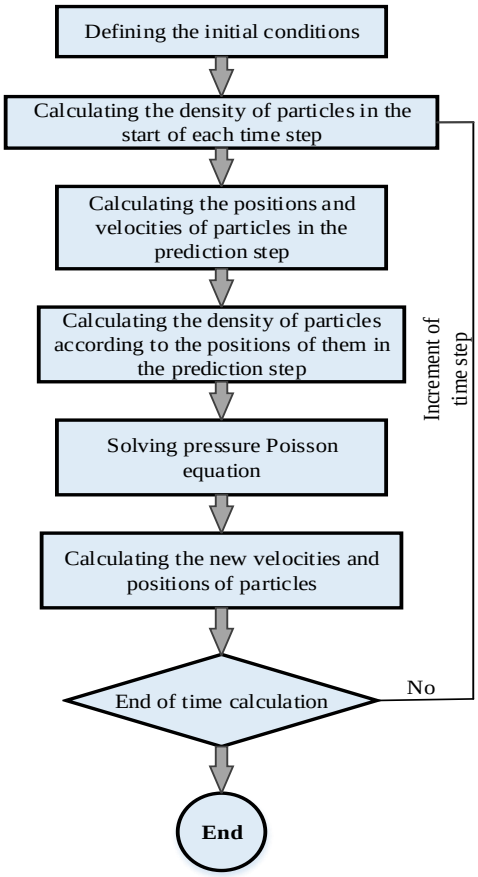


Fig.1- Flowchart of modeling with ISPH method

شکل ۱- فلوچارت مدل‌سازی با روش ISPH

شرایط مرزی

دیواره صلب

مرزهای صلب با تعریف یک ردیف ذره با موقعیت ثابت بر روی مرز شبیه‌سازی شده‌اند. برای نشان دادن شرط مرزی بدون لغزش (No slip Boundary Condition) سرعت ذرات روی دیواره صلب صفر در نظر گرفته شده است. به‌منظور متعادل کردن فشار ذرات سیال و جلوگیری از تجمع آن‌ها در مجاورت دیواره، معادله پواسون فشار برای این ذرات نیز مورد حل قرار می‌گیرد و شرط مرزی نیومن اعمال می‌شود. از طرفی برای اطمینان از محاسبه صحیح چگالی این ذرات و در نظر گرفته نشدن آن‌ها به عنوان ذرات سطح آزاد، چند ردیف ذره در خارج آن‌ها به عنوان ذرات مجازی در نظر گرفته شده است (Ataie-Ashtiani et al., 2006).

سطح آزاد

هنگامی که یک ذره سیال روی سطح آزاد قرار می‌گیرد، چگالی آن به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد، چون در ناحیه خارج سطح آزاد ذره‌ای وجود ندارد. ذراتی که رابطه (۲۱) را ارضا می‌نمایند به عنوان ذرات سطح آزاد شناخته می‌شوند.

$$\rho_* < \beta \times \rho_0 \qquad (۲۱)$$

که در آن ρ_0 چگالی اولیه ذرات، ρ_* چگالی ذرات براساس موقعیت پیش‌بینی شده ذرات و β پارامتر سطح آزاد است که کمتر از یک می‌باشد (Ataie-Ashtiani et al., 2006).

تحلیل حساسیت مدل

در پژوهش حاضر، انتخاب مناسب تعداد ذرات براساس تحلیل حساسیت انتخاب شده است. لازم به ذکر است که گام زمانی نیز با توجه به رابطه عدد کورانت وابسته به طول هموار و در نتیجه قطر ذرات می‌باشد. بدیهی است که هر چه قطر ذرات کوچک‌تر باشد تعداد آن‌ها افزایش یافته، خطا کم شده و نتایج بهتر می‌شوند. بدین منظور، آزمون تحلیل حساسیت برای گام زمانی انجام شده و در شکل (۲) نشان داده شده است. در این حالت ارتفاع سطح آزاد در یک کانال برای دو گام زمانی محاسبه شده و با داده‌های آزمایشگاهی Soares-Frazao (2002) مقایسه شده است. با انجام تحلیل حساسیت علاوه بر تعیین گام زمانی، قطر مناسب نیز برای ذرات (و در نتیجه تعداد ذرات) انتخاب می‌شود.

با توجه به شکل نتایج حاصل از گام زمانی ۰/۰۰۳ ثانیه دارای حدکثر خطای ۲۱ درصد بوده درحالیکه نتایج حاصل از گام زمانی ۰/۰۰۱۴ ثانیه دارای حداکثر خطای ۱۰/۲ درصد می‌باشند.

صحت‌سنجی مدل عددی

به‌منظور بررسی دقت مدل عددی حاضر، مسئله شکست سد در یک کانال با مانع با انتهای باز و یک کانال با مانع با انتهای بسته و بستر مرطوب مورد بررسی قرار گرفته و با نتایج آزمایشگاهی Ozmen-Cagatay et al. (2014) و Soares-Frazao (2002) مقایسه شده است.

مسئله شکست سد در کانال با انتهای بسته

هندسه مسئله شامل کانالی با طول ۸/۹ متر و ارتفاع ۰/۳ متر تعریف شده است. مخزن آب نیز دارای طول ۴/۶۵ متر و ارتفاع ۰/۲۵ متر است. در پایین‌دست مخزن تمام بستر کانال خشک بوده و یک مانع مثلثی متقارن به طول یک متر و ارتفاع ۰/۷۵ متر در فاصله ۱/۵ متری از مخزن قرار دارد. جدار بالادست و کف کانال به‌صورت دیواره صلب تعریف شده است. در کانال آزمایشگاهی این مسئله انتهای کانال باز است و جریان از انتهای کانال خارج می‌شود. در مدل‌سازی عددی به‌منظور ارضای شرط انتهای باز کانال، دیوار انتهایی را عقب‌تر برده و سرعت ذراتی که به انتهای کانال می‌رسند صفر در نظر گرفته می‌شود (یعنی عملاً این ذرات در محاسبات شرکت داده نمی‌شوند). در نتیجه شرط انتهای باز کانال به راحتی ارضا می‌شود.

برای مدل‌سازی عددی این مسئله فاصله اولیه بین ذرات ۰/۰۱۴ متر در نظر گرفته شده است. تعداد ذرات سیال نیز با انجام آنالیز حساسیت ۵۹۷۶ ذره انتخاب شده است که به‌صورت منظم در کنار هم قرار گرفته‌اند. دیوار چپ با ۲۱ ذره و دیوار کف قبل و بعد از مانع به‌ترتیب با ۴۳۹ و ۲۰۴ ذره و دیوار مانع با ۷۱ ذره مدل شده‌اند. هم‌چنین در این محاسبات چگالی آب ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، طول هموار ۰/۰۱۶۸ متر (۱/۲ برابر فاصله اولیه بین ذرات) و لزجت سینماتیکی آب (ν) ۰/۰۰۰۰۰۱ متر مربع بر ثانیه در نظر گرفته شده‌اند. گام زمانی با استفاده از عدد کورانت کنترل گردیده است. مدل‌سازی برای چندین زمان مختلف انجام شده و با نتایج آزمایشگاهی Ozmen-Cagatay et al. (2014) مقایسه شده است. در شکل (۳) هندسه اولیه در این آزمایش و مدل عددی حاضر نشان داده شده است.

DOI: 10.22055/jise.2019.29090.1837

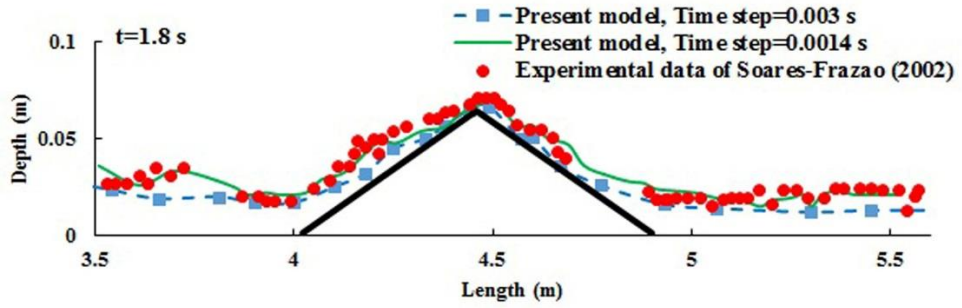


Fig.2- Sensitivity analysis for time step

شکل ۲- تحلیل حساسیت مدل برای گام زمانی

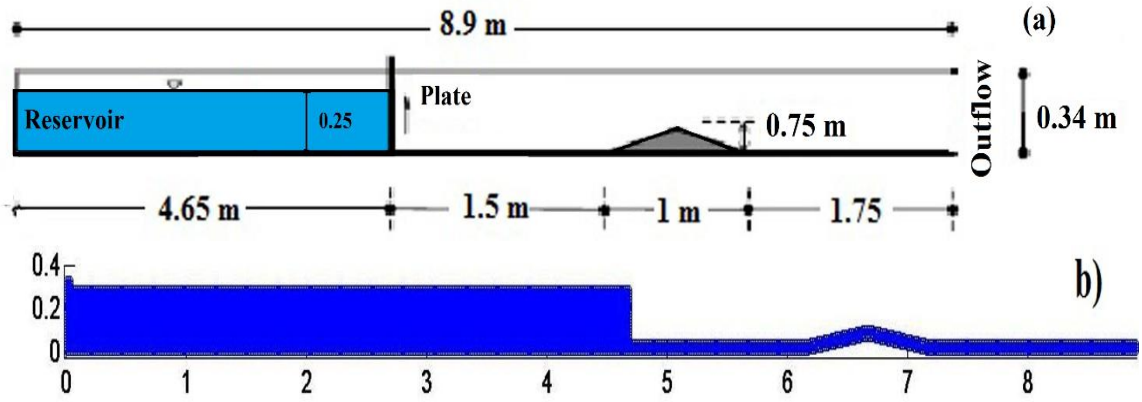


Fig.3- (a) Initial Geometry in experiment of Ozmen-Cagatay et al. (2014). (b) Initial geometry in the present model

شکل ۳- (a) هندسه اولیه در آزمایش Ozmen-Cagatay et al. (2014). (b) هندسه اولیه در مدل حاضر

نتایج برای مسأله شکست سد در کانال با انتهای بسته

نتایج مربوط به موقعیت و تغییرات سطح آزاد جریان در مدل-سازی عددی و آزمایشگاهی برای شش زمان مختلف در شکل (۴) نشان داده شده و با هم مقایسه شده است. بعد از برداشتن آنی دریچه، امواج ناشی از شکست سد روی بستر خشک انتشار می‌یابند. زمانی که این امواج به مانع می‌رسند، بخشی از آن‌ها بازتاب یافته و به سمت بالادست حرکت می‌کنند، درحالی‌که بخشی دیگر از مانع رد شده و به سمت پایین‌دست حرکت می‌کنند. ۳/۳ ثانیه پس از فروریختن ستون آب، شکست امواج به وضوح قابل مشاهده است. در زمان ۳/۶۸ ثانیه پس از فروریختن ستون آب جبهه موج منفی به سمت بالادست حرکت می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تطابق مناسبی بین نتایج مدل‌سازی و داده‌های آزمایشگاهی وجود دارد.

در شکل (۵) ارتفاع سطح آب برحسب مکان و به صورت بی-بعدشده و در زمان‌های مختلف، برای مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی نشان داده شده و باهم مقایسه شده است. توجه شود که زمان (t) نیز با ضرب در جمله $(g/h_o)^{0.5}$ که h_o ارتفاع اولیه ستون آب است، به صورت $T = t(g/h_o)^{0.5}$ بی‌بعد شده است. مانع کف کانال نیز از موقعیت ۶ تا ۱۰ در شکل (۵) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۵) در T=۱۵/۱۶ و T=۱۷/۵۴ یعنی زمانی که جبهه موج در حال بالا رفتن از وجه بالادست مانع است، در رأس مانع، نتایج مدل‌سازی عددی ارتفاع آب را کمی بیشتر از داده‌های آزمایشگاهی برآورد می‌کند. در هر دو مدل‌سازی حداکثر عمق جریان در رأس مانع اتفاق می‌افتد. در T=۲۰/۶۷ از ابتدای کانال تا انتهای مانع، ارتفاع سطح آب در مدل‌سازی عددی کمی بیشتر از مدل‌سازی آزمایشگاهی است. از T=۲۰/۶۷ تا T=۳۵/۸۳ موج جریان به مانع می‌رسد، بخشی از آن منعکس‌شده و بخشی دیگر از مانع رد می‌شود. در T=۲۳/۰۵، درست قبل از مانع، منحنی مربوط به نتایج مدل‌سازی عددی کمی بالاتر از منحنی مربوط به نتایج آزمایشگاهی است. در T=۲۹/۶۹ و T=۳۵/۸۳، ارتفاع سطح آب در بالادست مانع در مدل عددی تقریباً ثابت است. لازم به ذکر است که در T=۲۹/۶۹ شکست موج منعکس شده اتفاق می‌افتد. با پیشرفت زمان (T> ۳۵/۸۳) ارتفاع سطح آزاد به بیشترین مقدار خود در رأس مانع رسیده و به تدریج و با حرکت به سمت بالادست از میزان آن کم می‌شود. در T=۴۱/۸۴ و T=۴۹/۹۹ نتایج مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی تطابق بهتری باهم دارند.

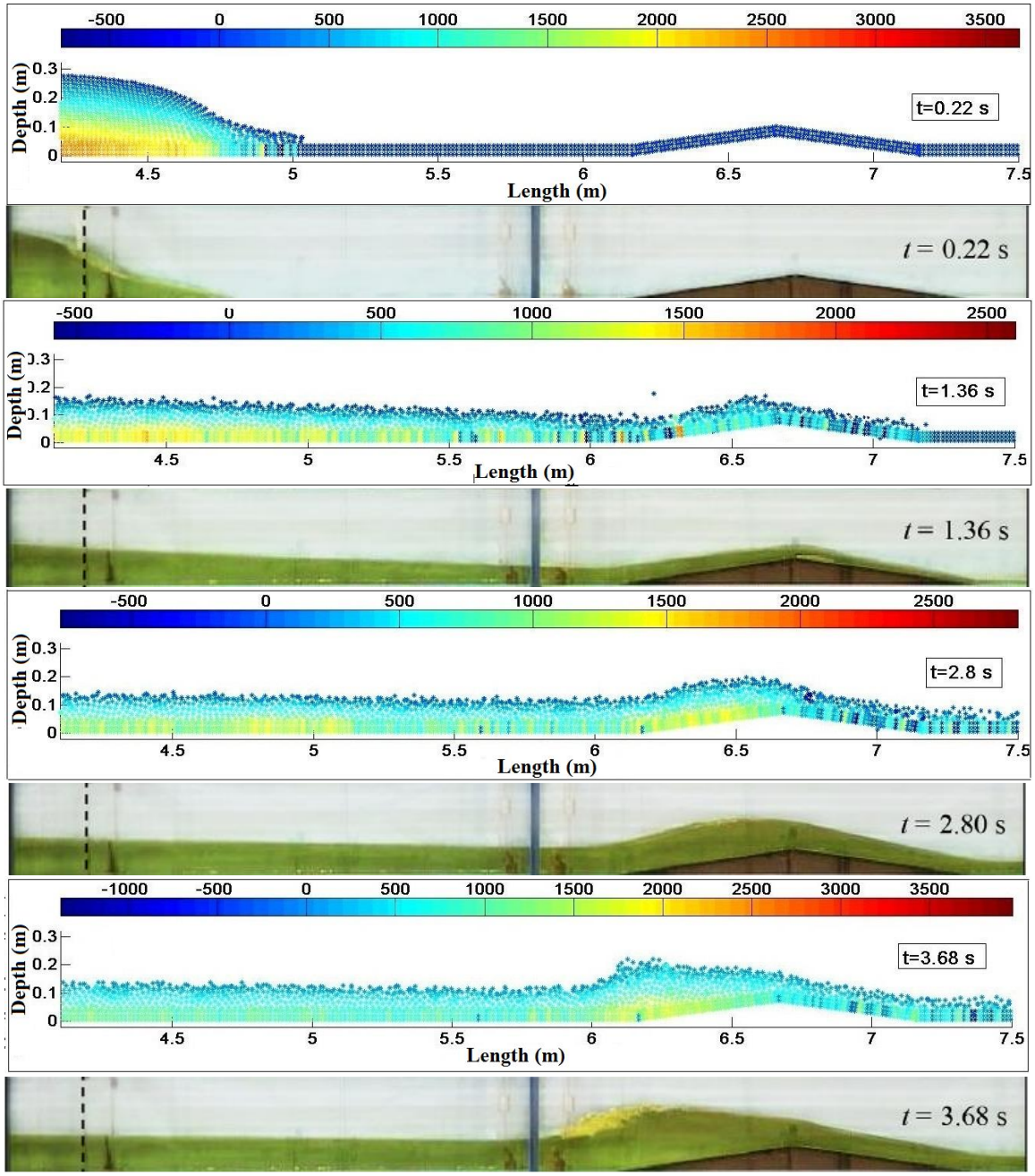
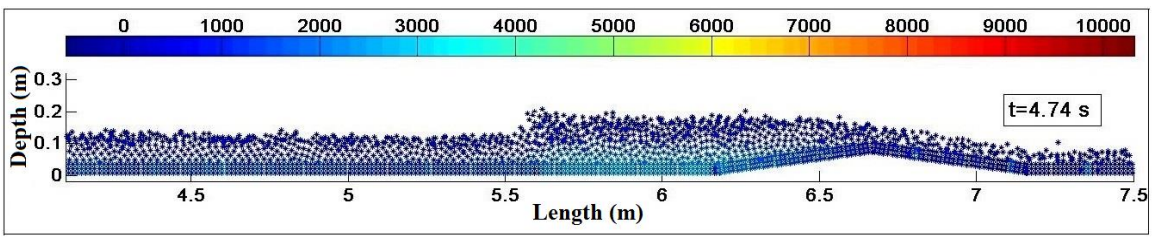


Fig. 4- Free surface position and pressure field (pascal) for the wave breaking problem in bumpy channel with the open end at different times and comparison with the experimental results of Ozmen-Cagatay et al. (2014

شکل ٤- موقعیت سطح آزاد و میدان فشار (پاسکال) برای مسئله شکست موج در کانال با مانع با انتهای باز در زمان‌های مختلف و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی Ozmen-Cagatay et al. (2014)



DOI: 10.22055/jise.2019.29090.1837

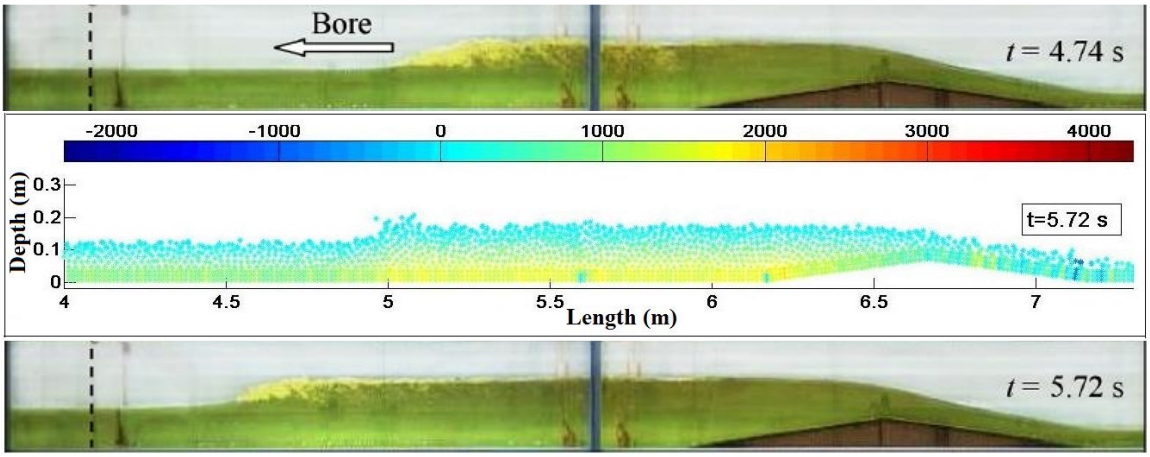


Fig. 4- (Continued)

ادامه شکل ٤

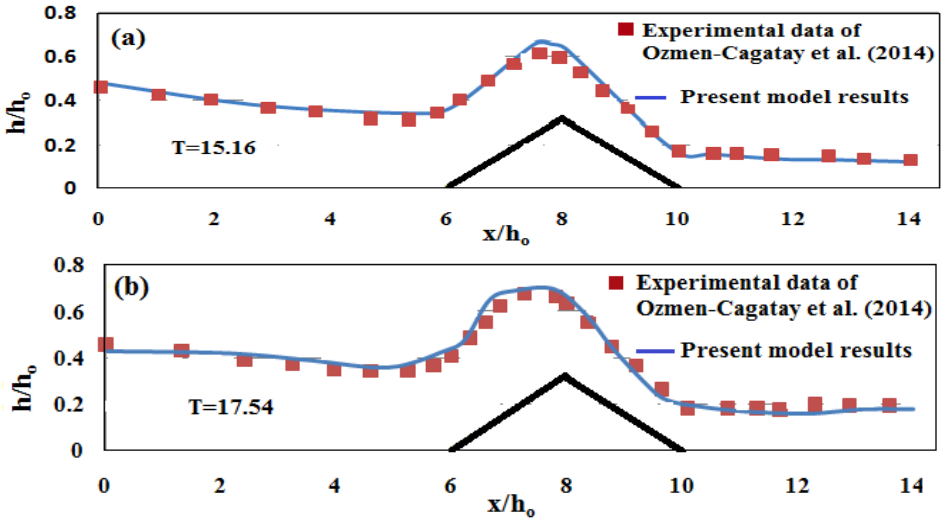
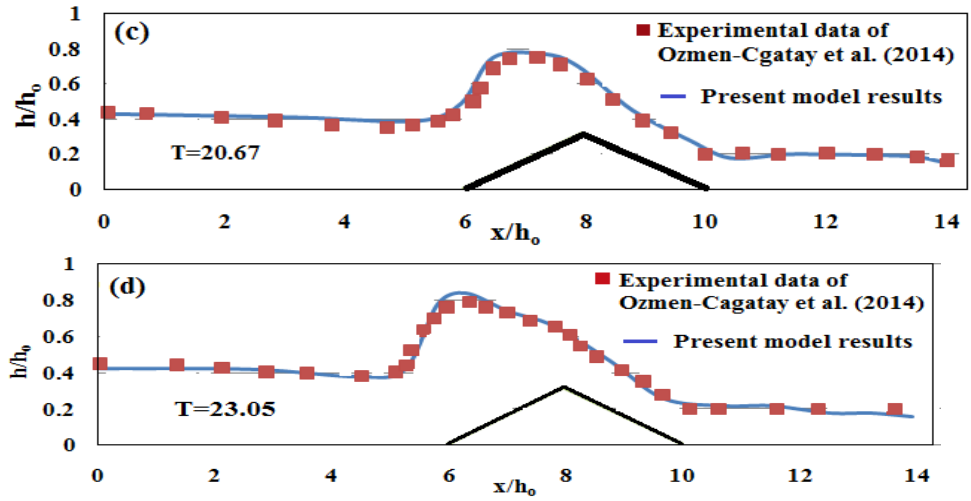


Fig. 5- Comparison of free surface profile in the present model and experimental model of Ozmen-Cagatay et al. (2014) at non-dimensional different times, T= (a) 15.16, (b) 17.54, (c) 20.67, (d) 23.05, (e) 29.69, (f) 35.83, (g) 41.84, (h) 49.99.

شکل ٥- مقایسه پروفیل سطح آزاد در مدل حاضر و مدل آزمایشگاهی Ozmen-Cagatay et al. (2014)، در زمان‌های مختلف بی‌بعد شده T= (a) ١٥/١٦، (b) ١٧/٥٤، (c) ٢٠/٦٧، (d) ٢٣/٠٥، (e) ٢٩/٦٩، (f) ٣٥/٨٣، (g)٤١/٨٤، (h) ٤٩/٩٩.



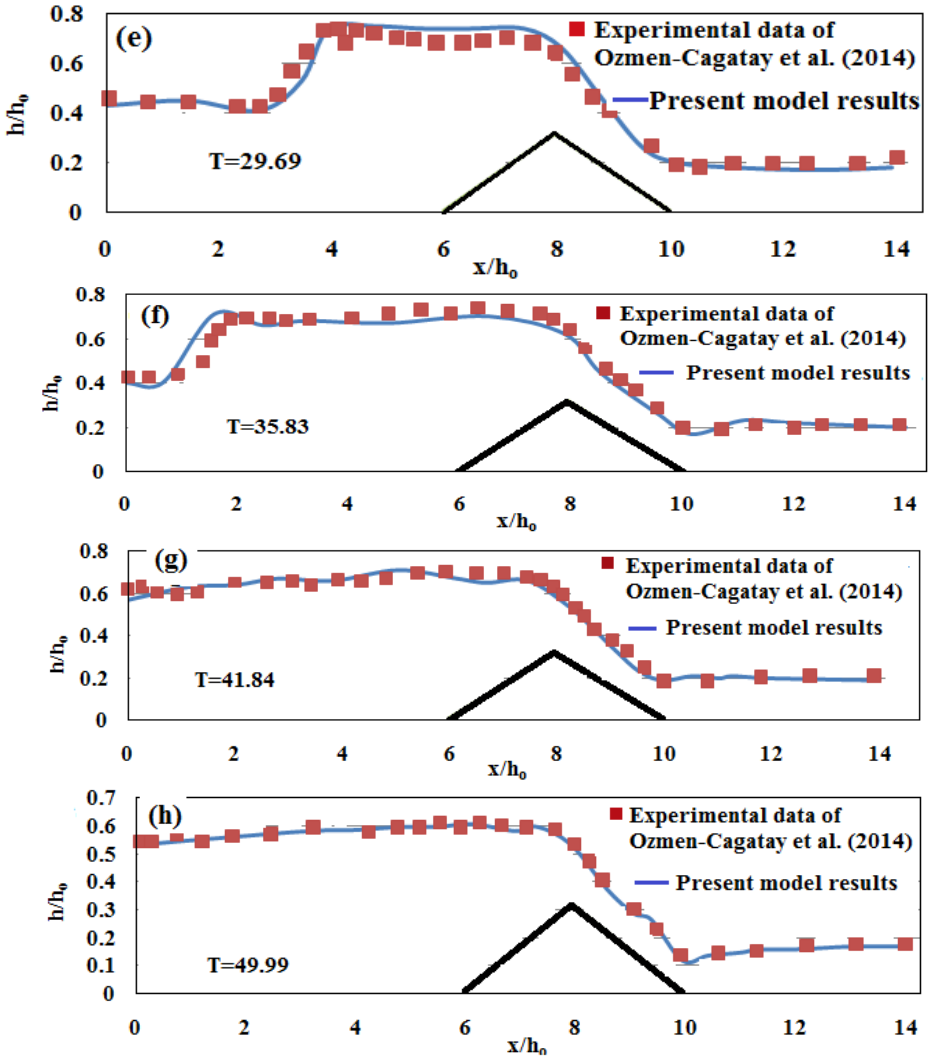


Fig. 5- (Continued)

ادامه شکل ۵

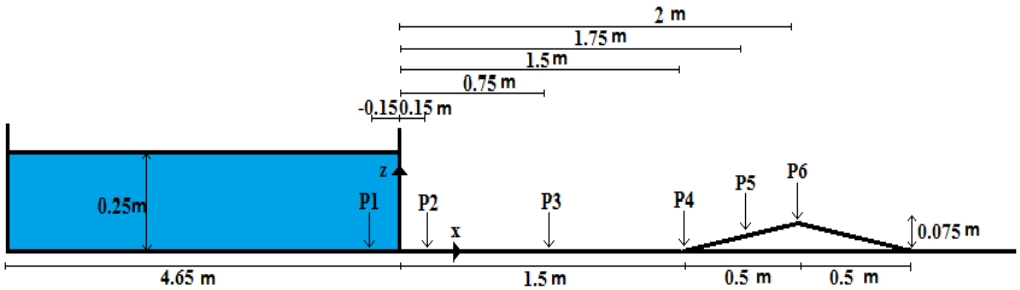


Fig.6- The position of points where the free surface elevation is measured

شکل٦- موقعیت نقاطی که ارتفاع سطح آب در آن‌ها اندازه‌گیری شده است

به‌منظور مقایسه بهتر نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی، ارتفاع سطح آزاد نسبت به زمان و به‌صورت بی‌بعد شده برای نقاط نشان داده شده در شکل (۶) با استفاده از مدل حاضر به‌دست آمده و با نتایج آزمایشگاهی Ozmen-Cagatay et al. (2014) مقایسه شده است. نمودارها برای مدت زمان ۹/۵ ثانیه رسم شده و در شکل (۷) نشان داده شده‌اند.

DOI: 10.22055/jise.2019.29090.1837

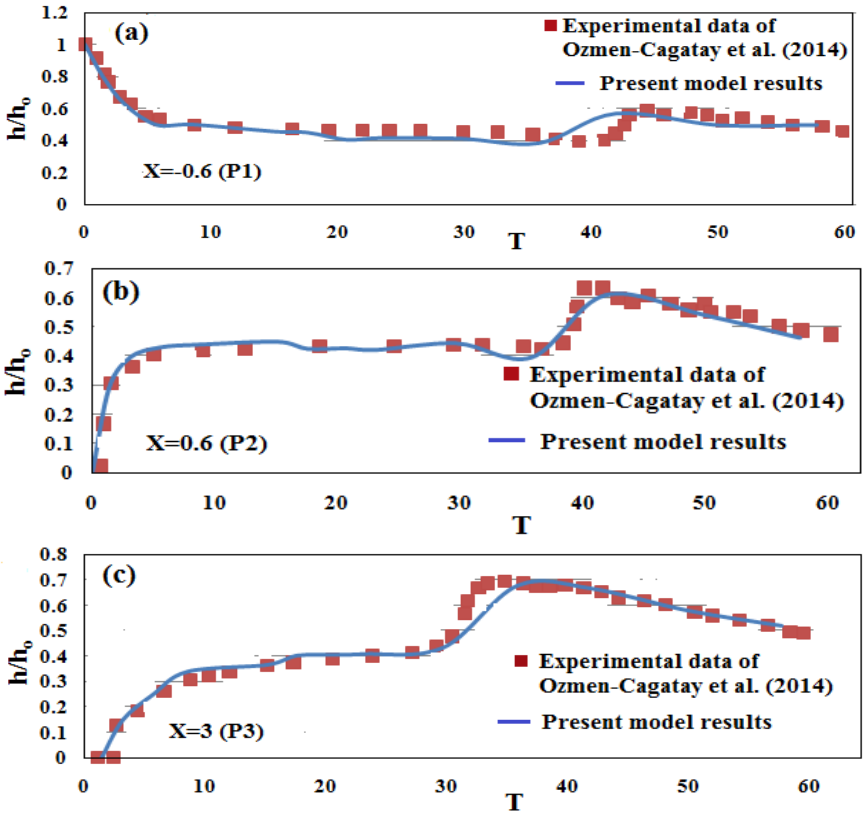
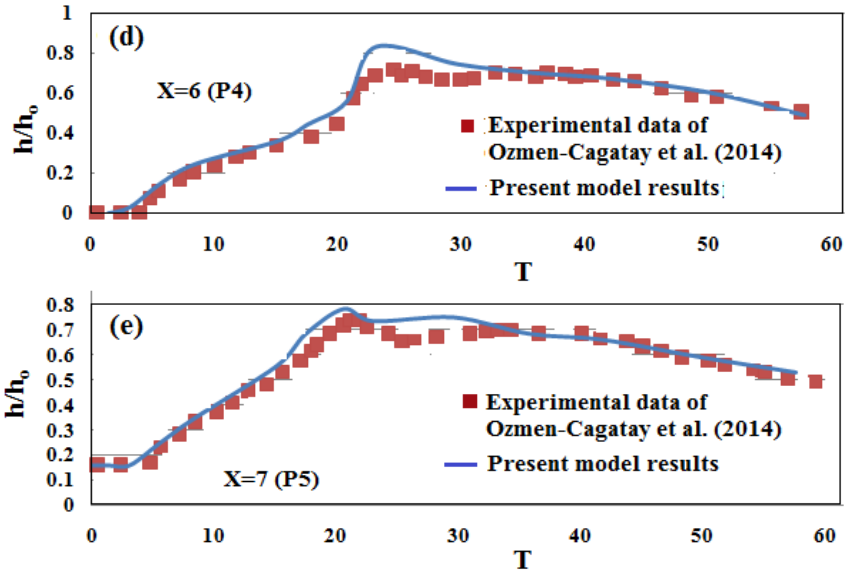


Fig. 7- Non-dimensional diagram of water free surface elevation variation versus time and comparison of numerical modeling with the experimental data of Ozmen-Cagatay et al. (2014) for points with distance X= (a) -0.6, (b) 0.6, (c) 3, (d) 6, (e) 7, (f) 8

شکل ۷- نمودار بی‌بعد شده تغییرات ارتفاع سطح آب نسبت به زمان و مقایسه نتایج مدل‌سازی عددی با داده‌های Ozmen-Cagatay et al. (2014)، برای نقاط با فاصله X= (a) ۰/٦-، (b) ۰/٦، (c) ۳، (d) ٦، (e) ۷، (f) ۸



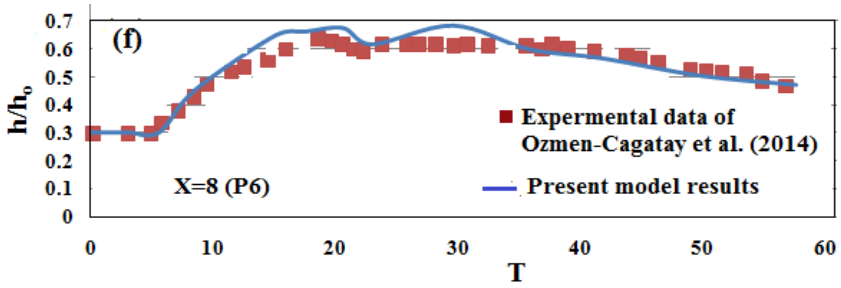


Fig. 7- (Continued)

ادامه شکل ۷

جدول ۱- حداکثر خطای ارتفاع سطح آزاد برای مقادیر مختلف زمان بی‌بعد شده در شکل ۵.

Table 1- Maximum error of free surface elevation for different values of non-dimensional time in Fig. 5.

$T=t(g/h_o)^{0.5}$	$(h/h_0)_{Experimental}$	$(h/h_0)_{Computational}$	x/h_0	Maximum error
15.16	0.619	0.640	7.62	3.39
17.54	0.163	0.190	12.31	14.21
20.67	0.507	0.558	6.13	10.06
23.05	0.790	0.838	6.73	6.07
29.69	0.610	0.541	3.49	11.31
35.83	0.520	0.580	1.41	11.54
41.84	0.325	0.290	9.32	10.77
49.99	0.574	0.540	0.75	5.92

جدول۲- حداکثر خطا برای نقاط p1 تا p6 نشان داده شده در شکل ۵.

Table 2- Maximum error for points P1 to P6 shown in Fig. 5.

Points	$(h/h_0)_{Experimental}$	$(h/h_0)_{Computational}$	$T=t(g/h_o)^{0.5}$	Maximum error
P1	0.451	0.520	41.10	15.30
P2	0.632	0.560	40.00	11.40
P3	0.679	0.599	33.61	11.70
P4	0.819	0.729	23.11	12.34
P5	0.700	0.767	18.31	12.42
P6	0.609	0.680	29.80	11.66

محاسبه خطا

در این بخش، برای تمامی زمان‌های موجود در شکل (۵) و (۷)، خطای نسبی برای پارامتر ارتفاع سطح آزاد با استفاده از رابطه ۲۲ محاسبه می‌شود. نتایج محاسبه حداکثر خطا در جدول (۱) و (۲) نشان داده شده است.

$$\text{درصد خطا} = \frac{\left|X_{Computational} - X_{Experimental}\right|}{X_{Experimental}} \times 100 \quad (۲۲)$$

با توجه به مقادیر موجود در جدول (۱) و (۲) میانگین درصد خطای نسبی به‌ترتیب برابر با ۹/۲۴ و ۱۲/۴۷ به‌دست می‌آید.

مسئله شکست سد در کانال با مانع با انتهای بسته

در این قسمت مسئله شکست سد برای کانالی با انتهای بسته و حاوی مانع مورد مطالعه قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که بستر کانال بعد از مانع مرطوب می‌باشد. هدف از ارائه این بخش، علاوه بر صحت‌سنجی مدل با نتایج آزمایشگاهی Soares-Frazao (2002)، مقایسه با نتایج عددی Marsooli et al. (2011) نیز می‌باشد. نتایج عددی این محققین با استفاده از روش تفاضل محدود که یک روش اولری می‌باشد؛ حاصل شده است. شکل ۸ هندسه این مسأله و شکل ۹ نتایج ارتفاع سطح آزاد را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهند.

DOI: 10.22055/jise.2019.29090.1837

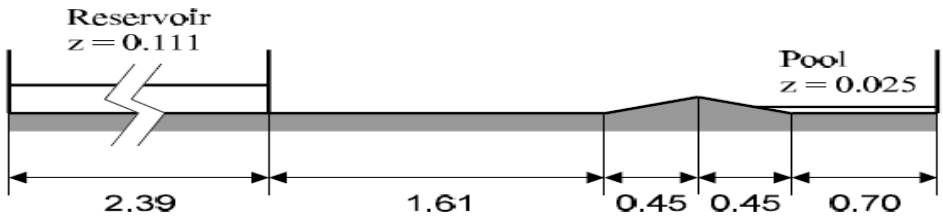


Fig. 8- Geometry of dam break problem in channel with close end

شکل ۸- هندسه مسأله شکست سد در کانال با انتهای بسته

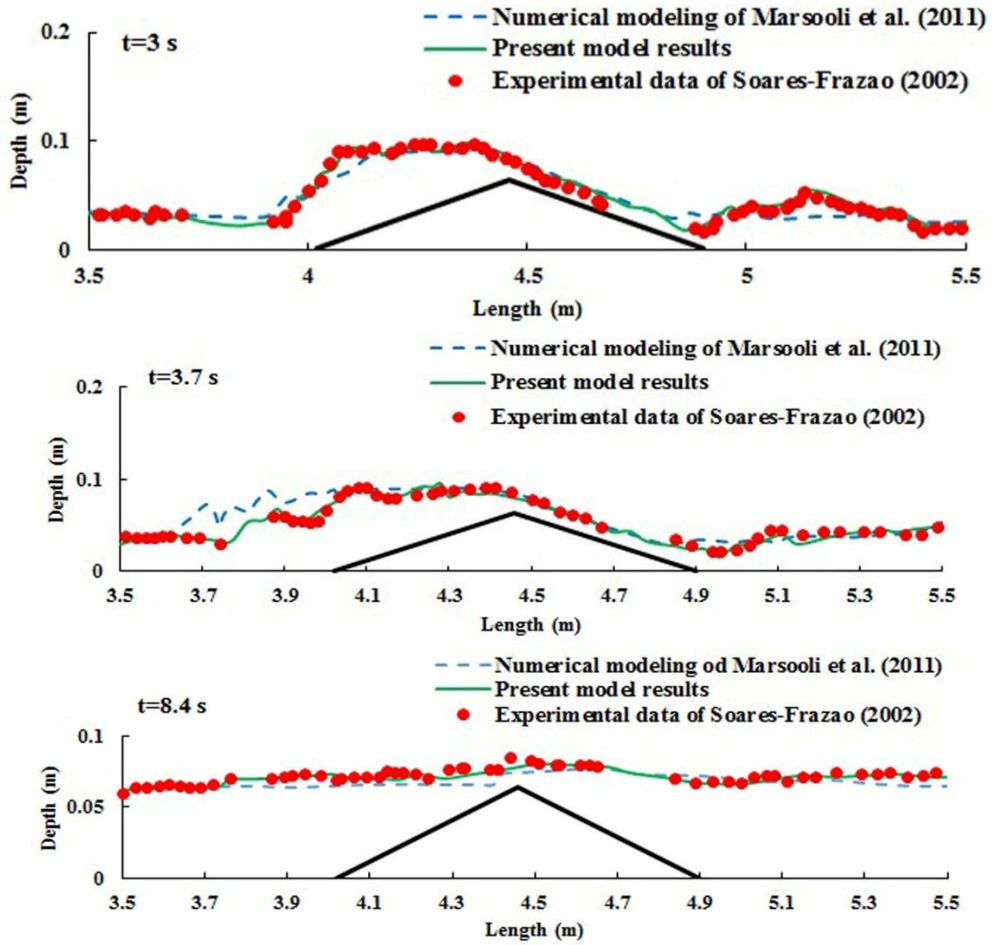


Fig. 9- Free surface elevation at different time and comparison of results from present numerical model with numerical results of Marsooli et al. (2011) and experimental data of Soares-Frazao (2002)

شکل ۹- ارتفاع سطح آزاد در زمان‌های مختلف و مقایسه نتایج حاصل از مدل عددی حاضر با نتایج عددی Marsooli et al. (2011) و داده‌های آزمایشگاهی Soares-Frazao (2002)

براساس شکل (۹)، حداکثر خطای نسبی برای مدل حاضر و مدل عددی Marsooli et al. (2011) به‌ترتیب ۱۲/۳ و ۲۵/۲ درصد محاسبه شده است. می‌توان نتیجه گرفت که مدل حاضر که مبتنی بر روش لاگرانژی ISPH می‌باشد، ارتفاع سطح آزاد را با دقت بالاتری نسبت به مدل مبتنی بر روش اولری تفاضل محدود محاسبه می‌کند و این از مزیت‌های روش بدون شبکه ISPH نسبت به روش‌های مبتنی بر شبکه‌بندی همچون روش تفاضل محدود می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، شکست موج روی بستر ناهموار، با روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر (ISPH) مدل‌سازی شده است. شکست موج در پدیده‌هایی مانند شکست سد که ممکن است تلفات جانی و مالی فراوانی داشته باشد، اتفاق می‌افتد. روش ISPH یک روش بدون نیاز به شبکه‌بندی بوده که قادر به مدل‌سازی جریان‌های سطح آزاد پیچیده مانند جریان‌های ناشی از شکست سد می‌باشد. در مدل حاضر چگالی با شیوه جدید به ذرات اختصاص داده شد. به این ترتیب که در ابتدای هر گام زمانی، چگالی ذرات با توجه به موقعیتشان محاسبه و سپس برای محاسبات آن گام به آن‌ها اعمال شد. به منظور بررسی کارایی و کاربرد مدل، دو آزمون شکست سد در کانال با مانع و با انتهای باز و بسته مورد بررسی قرار گرفت. با این دو آزمون نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی Ozmen-Cagatay et al. (2014) و Soares-Frazao (2002) و همچنین حل عددی مبتنی بر شبکه Marsooli et al. (2011) مقایسه شد. خطای نسبی نیز برای پارامتر ارتفاع سطح آزاد محاسبه شد و مشاهده گردید که مدل حاضر در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی دارای دقت بالا بوده و حتی نسبت به روش‌های اولری مانند تفاضل محدود نتایج بهتری ارائه می‌کند.

تشکر و قدردانی

بدین‌وسیله نویسندگان از همکاری دانشگاه شهید باهنر کرمان در انجام این پژوهش قدردانی می‌نمایند.

References

1- Ataie-Ashtiani, B., Shobeiry, G. and Farhadi, L., 2006. Modified Incompressible SPH method for simulating free surface problem. *Fluid Dynamic Research*. 40, pp. 637-661.

2- Chang, T.J., Kao, H.M., Chang, K.H. and Hsu M.H., 2011. Numerical simulation of shallow water dam break flows in open channels using smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Hydrology*. 408, pp. 78-90.

3- Dalrymple, R.A. and Rogers, B.D., 2006. Numerical modeling of water waves whit the SPH method. *Coastal Engineering*. 53, pp. 141-147.

4- De Wit, L. 2006. Smoothed Particle Hydrodynamics a study of the possibilities of SPH in hydraulic engineering. MSc thesis, Delft University of Technology. Netherland.

5- Kao, H.M. and Chang, T.J., 2012. Numerical modeling of dambreak-induced flood and inundation using smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Hydrology*. 448, pp. 232-244.

6- Lee, E.S., Moulinec, C., Xu, R., Violeau, D., Laurence, D. and Stansby, P. و 2008. Comparisons of Weakly Compressible and Truly Incompressible Algorithms for the SPH Mesh Free Particle Method. *Journal of Computational Physics*. 227, pp. 8417-8436

7- Lucy, LB., 1997. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astronomy Journal*. 82 (12), pp. 1013–1024.

8- Marsooli, R., Zhang, M. and Weiming, Wu., 2011. Vertical and horizontal two-dimensional numerical modeling of dam-break flow over fixed beds. World Experimental and Water Resources Congress (ASCE). pp. 2225-2233.

9- Monaghan, J.J., 1992. Smoothed Particle Hydrodynamics. *Anu. Rev. Astron. Astrophysics*. 30, pp. 543-574.

10- Monaghan, J.J., 1994. Simulating free surface flows whit SPH, *Journal of Computational Physics*, 110, pp. 399-406.

11- Monaghan, J.J., 2000. SPH without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*. 159, pp. 290-311.

12- Nomeritae., Daly E., Grimaldi S. and Hong Bui H., 2016. Explicit incompressible SPH algorithm for free-surface flow modelling: a comparison with weakly compressible schemes. *Advances in Water Resources*. 97, pp. 156-167.

13- Ozmen-Cagatay, H., Kocaman, S. and Guzel, H., 2014. Investigation of dam-break flood waves in a dry channel with a hump. *Journal of Hydro-environment Research*. pp.1-12.

14- Pahar, G. and Dhar, A., 2017. On modification of pressure gradient operator in integrated ISPH for multifluid and porous media flow with free-surface. *Engineering Analysis with Boundary Elements*.80, pp. 38-48

15- Razavi Toosi, S.L., Ayyoubzadeh, S.A. and Valizadeh, A., 2010. The influence of time scale in free surface flow simulation using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). *Journal of Irrigation Sciences and Engineering*. 33, pp. 75-92. In Persian.

16- Ren, J., Jiang, T., Lu W. and Li G., 2016. An improved parallel SPH approach to solve 3D transient generalized Newtonian free surface flows. *Computer Physics Communications*. 205, pp. 87-105.

17- Rezavand, M., Taeibi-Rahni, M. and Rauch, W., 2017. An ISPH scheme for numerical simulation of multiphase flows with complex interfaces and high density ratios. *Computers & Mathematics with Applications*. 75, pp. 2658-2677.

18- Shao, S., and Lo. E., 2003. Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows whit a free surface. *Advances in Water Resources*. 26, pp. 787-800.

19- Soares-Frazao, S., 2002. Dam-break induced flows in complex topographies. Theoretical, numerical and experimental approaches. PhD Thesis, Louvainla- Neuve: Universitá Catholique de Louvain, Civil Engineering Department, Hydraulics division, 116(8).

20- Xu, X. and Deng, X., 2016. An improved weakly compressible SPH method for simulating free surface flows of viscous and viscoelastic fluids. *Computer Physics Communications*. 201, pp. 43-46

21- Xu, H. and Lin, P., 2017. A new two-step projection method in an ISPH model for free surface flow computations. *Coastal Engineering*. 127, pp. 68-79.

22- Xu, R., Stansby, P.K. and Laurence, D., 2009. Accuracy and Stability in Incompressible SPH (ISPH) Based on the Projection Method and a New Approach. *Journal of Computational Physics*. 228 (18), pp. 6703-6725.