توسعه مدل‌های ریاضی برآورد نیاز آبی گندم در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی

مینا کاظم‌پور[1]، عرفان فضلی[2]، خالد احمدآلی[3*]، عبدالمجید لیاقت[4] و ایمان حاجی‌راد[5]

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکدگان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران
۲- محقق، بخش تحقیقات شناسایی خاک و ارزیابی اراضی، مؤسسه تحقیقات خاک و آب، سازمان تحقیقات آموزش و ترویج کشاورزی
۳*- نویسنده مسئول، دانشیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکدگان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران khahmadauli@ut.ac.ir
۴- استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکدگان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران
۵- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکدگان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران

دریافت: بازنگری: پذیرش: انتشار:

چکیده

با افزایش جمعیت و رشد فزآینده تقاضا برای تولید غذا، فشار بی‌سابقه‌ای بر منابع محدود آب و خاک وارد شده است که این مسئله در مناطق خشک و نیمه‌خشک مانند ایران، مدیریت هوشمندانه منابع آب را به ضرورتی حیاتی تبدیل می‌کند. هدف اصلی این پژوهش، توسعه و ارزیابی مدل‌های ریاضی برای برآورد نیاز آبی تجمعی گندم بر مبنای متغیر مستقل زمان در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی در مقیاس ملی است تا ابزاری ساده و دقیق برای برنامه‌ریزی آبیاری فراهم شود. در این راستا، ابتدا پهنه کشور براساس داده‌های تاریخ کشت و طول دوره رشد به ۱۲ پهنه همگن اگروکلیمایی تقسیم شد. در ادامه روند تغییرات زمانی نیاز آبی تجمعی محصول گندم در هر یک از پهنه‌های ۱۲ گانه توسط سه مدل ریاضی لجستیک سه پارامتری، گوسین و چندجمله‌ای مرتبه سوم شبیه‌سازی شد. نتایج ارزیابی مدل‌ها بر اساس شاخص‌های آماری ضریب تبیین (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطای نرمال شده (NRMSE) و ضریب کارایی نش-ساتکلیف (NSE) نشان داد که هر سه مدل در تمامی کلاس‌های زراعی از دقت بسیار بالایی برخوردار هستند. با این حال، تحلیل‌های فنی نشان داد که اگرچه هر سه مدل دقت آماری مطلوبی دارند، اما مدل لجستیک به دلیل حفظ شکل فیزیکی-بیولوژیکی مناسب در کل طول دوره رشد، نسبت به مدل‌های گوسین و چندجمله‌ای مرتبه سوم، گزینه عملی‌تر و مناسب‌تری برای مدل‌سازی و برآورد پیوسته نیاز آبی گندم در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی کشور محسوب می‌شود. این مدل‌ها امکان برآورد دقیق نیاز آبی را در هر بازه زمانی از دوره رشد فراهم کرده و گامی مؤثر در جهت تحقق کشاورزی پایدار و افزایش بهره‌وری آب در مناطق مختلف کشور به شمار می‌روند. همچنین، این مدل‌ها با انطباق بر پهنه‌های اقلیمی دومارتن توسعه‌یافته، امکان پیش‌بینی دقیق نیاز آبی را حتی در صورت جابجایی مرزهای اقلیمی ناشی از تغییر اقلیم فراهم می‌سازند.

کلید واژه‌ها: مدل‌سازی ریاضی، نیاز آبی تجمعی، طول دوره رشد، تبخیر – تعرق، تاریخ کشت.

مقدمه

با افزایش جمعیت جهانی و رشد فزاینده تقاضا برای تولید غذا باعث وارد آمدن فشار بی‌سابقه بر منابع پایه تولید کشاورزی، به‌ویژه آب و خاک شده است. این مسئله در مناطق خشک و نیمه‌خشک نظیر کشور ما، اهمیت دوچندانی دارد؛ زیرا محدودیت منابع آب، نوسانات شدید اقلیمی و پراکنش نامناسب زمانی و مکانی بارش، دستیابی به تولید پایدار کشاورزی را با چالش‌های جدی مواجه ساخته است (Naorem et al., 2023; Neamatollahi et al., 2012; Hajirad et al., 2025b). در چنین شرایطی، استمرار تولید کشاورزی مستلزم بهره‌برداری آگاهانه، هدفمند و مبتنی بر دانش از منابع محدود طبیعی بخصوص منابع آب است. در این راستا، مدیریت مؤثر منابع آب و افزایش بهره‌وری مصرف آن به‌عنوان یکی از مهم‌ترین راهبردهای تأمین امنیت غذایی مطرح می‌شود. تحقق این هدف، نیازمند شناخت دقیق تفاوت‌های محیطی و تفکیک واحدهای همگن از نظر شرایط اقلیمی و زراعی و اعمال سیاست‌ها و مدیریت واحد در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی است؛ چراکه اعمال راهبردهای یکسان در پهنه‌هایی با ویژگی‌های ناهمگون، اغلب به کاهش کارایی و اتلاف منابع منجر می‌شود (Hajirad et al., 2025a).

زون‌بندی کشاورزی-اکولوژیکی یا اگروکلیمایی بستری مناسب برای تعیین زمان‌های بهینه کاشت و برداشت، طول دوره رشد و الزامات مدیریتی محصولات زراعی در پهنه‌های مختلف فراهم می‌کند (Fischer et al., 2006; Van Wart et al., 2013).

اهمیت این رویکرد زمانی آشکارتر می‌شود که به محدودیت‌های مطالعه‌های سنتی کشاورزی توجه شود. در گذشته، اغلب پژوهش‌ها با تمرکز بر روابط تک‌بُعدی و در مقیاس‌های محدود انجام می‌شدند و اجزای سیستم زراعی نظیر آب، خاک، گیاه و اقلیم به‌صورت جداگانه مورد بررسی قرار می‌گرفتند. با این حال، مدیریت پایدار منابع طبیعی نیازمند نگرشی یکپارچه و فضایی است

که در آن تعاملات پیچیده میان عوامل زیستی، فیزیکی و اقلیمی در مقیاس‌های مکانی و زمانی گسترده تحلیل شود (Hajirad et al., 2025b; Yu et al., 2022). توسعه ابزارهایی نظیر سیستم‌های اطلاعات جغرافیایی و مدل‌های فضایی، امکان اجرای چنین رویکردی را فراهم کرده و زون‌بندی اگروکلیمایی را به یکی از پایه‌های اصلی برنامه‌ریزی کشاورزی تبدیل نموده است.

کشاورزی آبی با وجود آنکه سهم نسبتاً محدودی از سطح زیر کشت جهانی را به خود اختصاص داده است، بخش قابل توجهی از تولید محصولات زراعی را تأمین می‌کند و از این‌رو، مدیریت بهینه منابع آب در این بخش از اهمیت راهبردی برخوردار است (Tolomio and Casa, 2020). تبخیر–تعرق به‌عنوان مؤلفه اصلی بیلان آب، نقشی تعیین‌کننده در برآورد نیاز آبی گیاهان، طراحی سیستم‌های آبیاری دارد و تخمین دقیق آن می‌تواند هم‌زمان به افزایش عملکرد محصول و کاهش اتلاف منابع آب منجر شود (Ahmadaali et al., 2019).

معادله فائو–پنمن–مونتیث به‌عنوان معتبرترین روش برآورد تبخیر–تعرق مرجع شناخته می‌شود، اما استفاده از آن نیازمند داده‌های اقلیمی متعدد و محاسبات پیچیده است که همین امر، کاربرد گسترده آن را در بسیاری از مناطق با محدودیت مواجه کرده است. به‌همین دلیل، پژوهش‌های متعددی به توسعه مدل‌های ساده‌تر با ورودی‌های کمتر و دقت قابل قبول اختصاص یافته‌اند. با وجود این تلاش‌ها، مرور منابع نشان می‌دهد که توسعه مدل‌های ریاضی که بتوانند نیاز آبی محصول را با حداقل ورودی‌ها نظیر متغیر مستقل زمان یا طول دوره رشد و برای گستره مشخصی نظیر پهنه‌های همگن اگروکلیمایی برآورد کند، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. چنین رویکردی می‌تواند امکان برآورد پیوسته و دقیق نیاز آبی محصول در مقیاس‌های زمانی مختلف را فراهم آورد و ابزار کارآمدی برای برنامه‌ریزی آبیاری و مدیریت کمی منابع آب ارائه دهد.

بر این اساس، پژوهش حاضر با هدف توسعه و ارزیابی مدل‌های ریاضی برآورد نیاز آبی گندم بر مبنای متغیر مستقل زمان در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی کشور انجام گرفت. این پژوهش می‌کوشد با تلفیق مفاهیم زون‌بندی اگروکلیمایی و مدل‌سازی ریاضی، روابطی ساده، کاربردی و قابل تعمیم ارائه دهد که بتوانند نیاز آبی گندم را در پهنه‌های مربوطه با دقت مناسب تخمین بزنند. انتظار می‌رود نتایج این مطالعه با تدقیق نیاز آبی محصولات در پهنه کشور، بهبود برنامه‌ریزی آبیاری، افزایش بهره‌وری مصرف آب و کاهش فشار بر منابع محدود آب، گامی مؤثر در جهت تحقق کشاورزی پایدار در مناطق خشک و نیمه‌خشک کشور بردارد.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

ایران با وسعتی در حدود ۱۶۴۸۱۹۵ کیلومتر مربع، از جمله کشورهای پهناور خاورمیانه است که در محدوده جغرافیایی ۲۵ تا ۴۰ درجه عرض شمالی و ۴۴ تا ۶۳ درجه طول شرقی قرار دارد (شکل ۱). گستره ارتفاعی کشور از حدود ۴۰ متر پایین‌تر از سطح دریا در سواحل جنوبی دریای خزر تا ۵۶۷۸ متر بالاتر از سطح دریا در ارتفاعات زاگرس و البرز متغیر است (Ahmadaali et al., 2013). این دامنه وسیع ارتفاعی، همراه با موقعیت جغرافیایی خاص ایران، زمینه‌ساز شکل‌گیری تنوع قابل توجهی از شرایط اقلیمی در سطح کشور شده است. وجود رشته‌کوه‌های البرز در شمال و زاگرس در غرب، قرارگیری دو بیابان وسیع لوت و دشت کویر در مرکز فلات ایران، و همچنین تغییرات چشمگیر ارتفاع، از مهم‌ترین عوامل ژئواقلیمی مؤثر بر تنوع آب‌وهوایی ایران محسوب می‌شوند (Rahimi et al., 2013). برآیند این عوامل موجب شده است که ایران مجموعه‌ای از اقلیم‌های متفاوت، از مناطق بسیار خشک تا نواحی مرطوب و سرد کوهستانی را در خود جای دهد. بر اساس آمارهای بلندمدت، میانگین سالانه بارش کشور حدود ۲۲۶/۴۶ میلی‌متر، متوسط دمای هوا نزدیک به ۱۷/۶۷ درجه سانتی‌گراد و مقدار تبخیر–تعرق پتانسیل حدود ۱۲۱۸/۲۴میلی‌متر برآورد شده است. در مناطق مرتفع، دمای هوا در فصل زمستان اغلب به کمتر از ۲۰- درجه سانتی‌گراد کاهش می‌یابد، در حالی که در نواحی جنوبی کشور، دمای تابستان می‌تواند تا حدود ۵۰ درجه سانتی‌گراد افزایش یابد (Ahmadaali et al., 2021; Ramezani Etedali et al., 2019).

روش تحقیق

بانک داده‌های به‌کاررفته در این پژوهش مشتمل بر اطلاعات مربوط به ۷۹۰ نقطه مکانی پراکنده در سطح کشور مطابق شکل (۱) است که داده‌های آن از سامانه ملی نیاز آبی محصولات زراعی و باغی استخراج شد (Ebrahimi-Pak et al., 2022). این سامانه با برخورداری از پایگاه‌های داده جامع و منحصر به‌فرد در مقیاس ملی، مجموعه‌ای از اطلاعات روزانه هواشناسی، داده‌های فنولوژیکی گیاهان، مشخصات ارقام زراعی و باغی، ویژگی‌های فیزیکی و هیدرولیکی خاک در سطح شهرستان و همچنین اطلاعات مربوط به راندمان کاربرد آب در مقیاس شهرستان را در بر می‌گیرد.

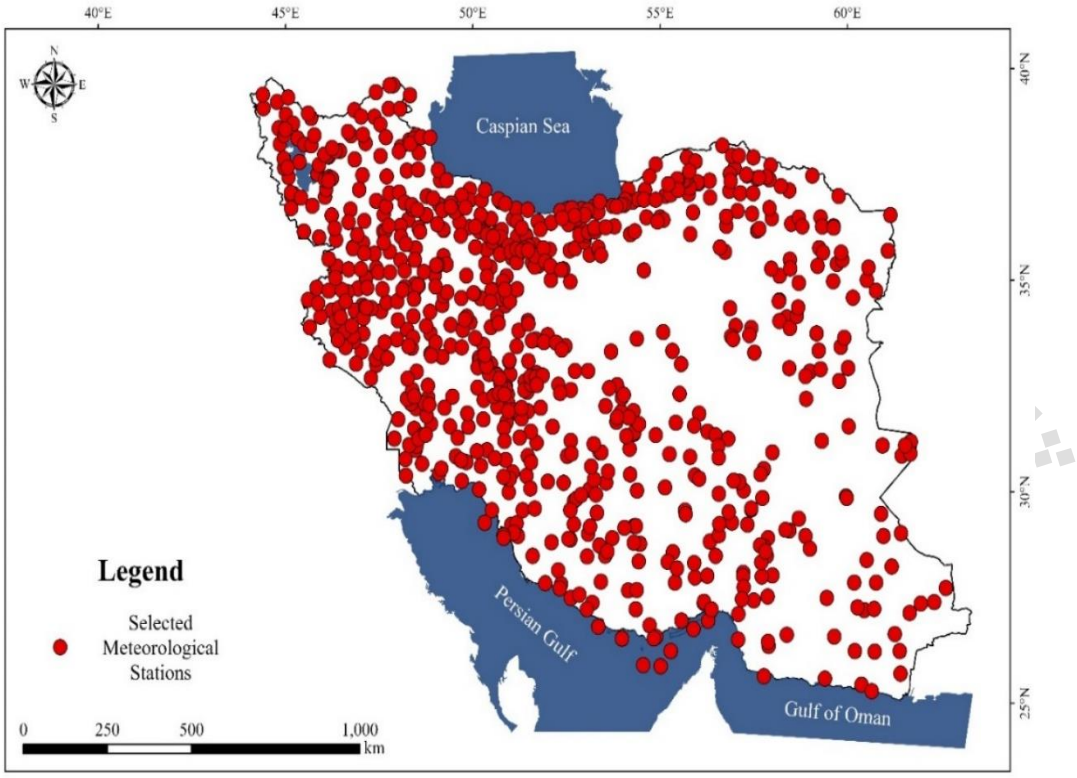


Fig. 1 – Distribution of the study data

شکل ۱- پراکنش داده‌های مورد مطالعه

برآورد نیاز آبی محصولات بر پایه معادله استاندارد فائو-پنمن-مونتیث (FPM) انجام گرفته است (Hajirad, 2025b):

$$\mathrm{ET_c} = \mathrm{k_c} \times \mathrm{ET_o} \qquad (۱)$$

که $\mathrm{ET_c}$ میزان تبخیر-تعرق پتانسیل برحسب میلی‌متر بر دوره زمانی، k_c ضریب گیاهی و ET_o میزان تبخیر-تعرق گیاه مرجع برحسب میلی‌متر بر دوره زمانی است. معادله FPM به عنوان روشی که هم در مناطق خشک و هم در مناطق مرطوب دارای بیشترین دقت است مطابق رابطه (۲) محاسبه می‌شود (Hajirad, 2025b):

$$ET_o = \frac{0.408\Delta(R_n - G) + \gamma \frac{900}{T+273} u_2 (e_s - e_a)}{\Delta + \gamma(1 + 0.34u_2)} \qquad (۲)$$

که در آن R_n: تابش خالص در سطح پوشش گیاهی $(Mj\ m^{-2}\ day^{-1})$، G شار گرمایی به داخل خاک $(Mj\ m^{-2}\ day^{-1})$، T: متوسط دمای هوا (℃)، u_2: سرعت باد در ارتفاع دو متری از سطح زمین $(\mathrm{m\ s^{-1}})$، $e_s - e_a$: کاهش فشار بخار اشباع (Kpa)، Δ: شیب منحنی فشار بخار $(Kpa\ ℃^{-1})$ و γ: ضریب رطوبتی $(Kpa\ ℃^{-1})$ می‌باشد. اطلاعات مورد نیاز ایستگاه هواشناسی شامل دمای کمینه (T_{min})، دمای بیشینه (T_{max})، رطوبت نسبی (RH)، سرعت باد در ارتفاع دو متری (u_2) و ساعات آفتابی (N_s) است (Hajirad, 2025b).

مدل‌سازی نیاز آبی گندم در پهنه‌های ۱۲ گانه اگروکلیمایی بر اساس تاریخ کاشت و طول دوره رشد که نقشه آن مطابق شکل (۲) است، انجام گرفت.

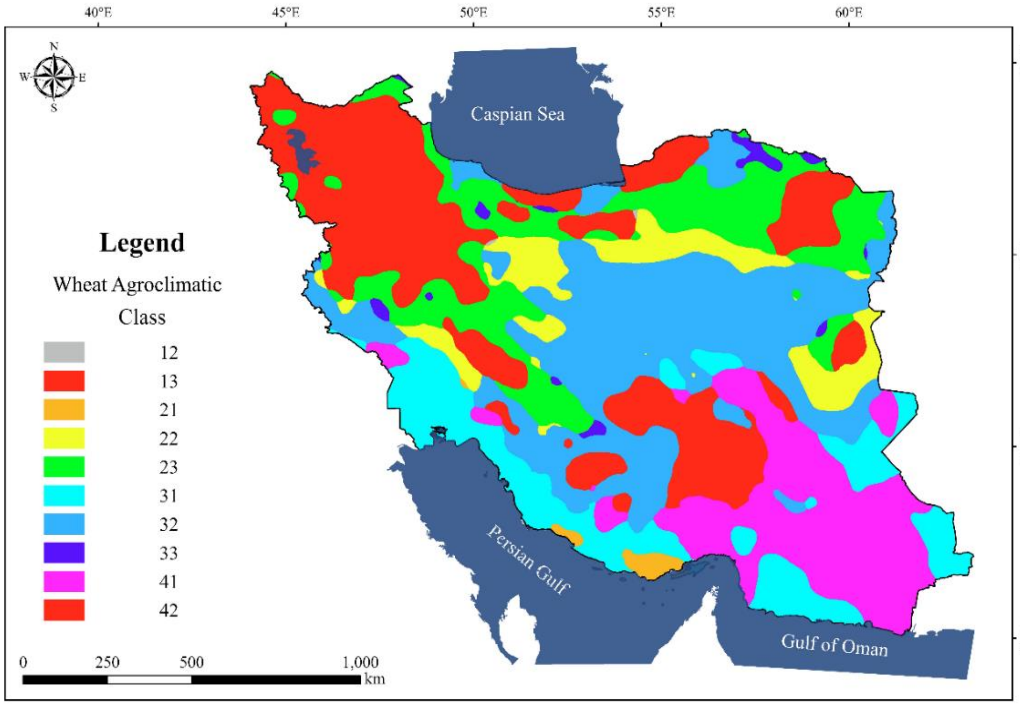


Fig. 2 – Zoning of agricultural classes and the suitability for cultivating Wheat in Iran

شکل ۲- مناطق همگن زراعی گندم بر اساس تاریخ کاشت و طول دوره رشد

جدول ۱ -کلاس‌های اگروکلیمایی محصول گندم در کشور

Table 2 – Agricultural classes of Wheat in the country and their interpretations

Agroclimatic Class	Description
11*	Planting date: 0–27 days, and growth period: 131–187 days
12	Planting date: 0–27 days, and growth period: 187–229 days
13	Planting date: 0–27 days, and growth period: 229–323 days
21	Planting date: 27–40 days, and growth period: 131–187 days
22	Planting date: 27–40 days, and growth period: 187–229 days
23	Planting date: 27–40 days, and growth period: 229–323 days
31	Planting date: 40–52 days, and growth period: 131–187 days
32	Planting date: 40–52 days, and growth period: 187–229 days
33	Planting date: 40–52 days, and growth period: 229–323 days
41	Planting date: 52–81 days, and growth period: 131–187 days
42	Planting date: 52–81 days, and growth period: 187–229 days
43*	Planting date: 52–81 days, and growth period: 229–323 days

* Agroclimatic classes 11 and 43, which represent the intersection of the corresponding conditions, are not found within the country.

کدهای مربوط به کلاس‌بندی زراعی مناطق آگروکلیمایی براساس تاریخ کشت (نسبت به مبدا زمانی اول مهر) و طول دوره رشد برای محصول گندم در جدول (۱) ارائه شده است. هر یک از کلاس‌های معرفی‌شده در این جدول، بیانگر شرایط همگن اگروکلیمایی در سطح کشور بوده و تفاوت‌های اقلیمی، فنولوژیکی و مدیریتی حاکم بر پهنه‌های مختلف را منعکس می‌کنند.

در تمام مناطق اگروکلیمایی ۱۲ گانه، داده‌های نیاز آبی ایستگاه‌های واقع در هر زون میانگین‌گیری شد و در طول دوره رشد به‌صورت مقادیر تجمعی مرتب شدند. سپس داده‌های میانگین گیری شده در زون‌های ۱۲گانه، در محیط نرم‌افزار R مورد پردازش و تحلیل قرار گرفتند.

بررسی‌ها نشان داد که روند تغییرات نیاز آبی تجمعی محصولات مختلف در تابع زمان رشد، الگوی سیگموئیدی یا S شکل دارد؛ به‌گونه‌ای که مقدار نیاز آبی از حداقل مقدار خود در ابتدای دوره رشد آغاز شده و با افزایش زمان، به‌تدریج افزایش یافته و در انتهای دوره رشد به مقدار بیشینه‌ای می‌رسد که به‌صورت یک

مجانب افقی قابل توصیف است. علاوه بر این، از آنجا که مدل مناسب باید قادر به نمایش یک نقطه عطف باشد، توجه ویژه‌ای به انتخاب توابعی معطوف شد که امکان شناسایی روزی را فراهم کنند که در آن نرخ تبخیر- تعرق تجمعی (که معادل مشتق اول تابع تجمعی در آن روز است) به بیشترین مقدار خود می‌رسد (Pinheiro and Bates, 2006). با در نظر گرفتن الگوی زمانی تغییرات نیاز آبی تجمعی و ملاحظات فیزیکی و زیستی حاکم بر رشد گیاه (Pereira and Bertonha, 2019)، مدل‌های لجستیک، گوسی و چندجمله‌ای درجه سوم به‌عنوان گزینه‌های مناسب برای شبیه‌سازی و برازش داده‌ها انتخاب و مورد استفاده قرار گرفتند.

تابع لجستیک مورد استفاده در این تحقیق سه پارمتری است و معادله آن به صورت زیر می‌باشد (Pinheiro and Bates, 2006; Hajirad et al; 2024a):

$$CET(t) = \frac{L}{1 + e^{-k(t-t_0)}} \quad (۵)$$

که در آن: CET(t) نیاز آبی تجمعی که تابع زمان (طول دوره رشد) است، t_0 مقدار نقطه عطف منحنی است و روزی (زمان) را نشان می‌دهد که در آن ET روزانه به حداکثر مقدار می‌رسد. L مقدار ماکزیمم منحنی است که می‌تواند به عنوان مقدار حداکثر تبخیر-تعرق تجمعی که گیاه در انتهای طول دوره رشد به آن می‌رسد، تفسیر گردد و k نرخ رشد تابع لجستیک یا شیب منحنی است که نشان می‌دهد نیاز آبی تجمعی با چه سرعتی از نزدیکی CET(t) = 0 خارج می شود تا زمانی که به مقادیر نزدیک به L برسد. هر چه k بیشتر باشد، این امر کندتر اتفاق می‌افتد (Pereira et al, 2018; Pereira et al, 2019).

مدل بعدی تابع زنگوله‌ای متقارن گوسین است که یک تابع سه پارامتری است و به کرّات برای مدل‌سازی استفاده شده و معادله آن به صورت زیر است (Jonsson and Eklundh, 2002; Hajirad et al; 2024a):

$$CET(t) = ae^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(t-b)}{c}\right)^2} \quad (۶)$$

که در آن پارامتر a تعیین‌کنندهٔ ارتفاع قلهٔ منحنی که در اینجا مصادف با حداکثر نیاز آبی تجمعی است، b تعیین‌کنندهٔ محل مرکز پیک منحنی است که در اینجا مصادف با انتهای دوره رشد محصول است و c (انحراف معیار) تعیین‌کنندهٔ میزان کشیدگی یا پهن‌شدگی زنگوله است.

مدل دیگر که در این تحقیق استفاده شد مدل چهار پارامتری پلی‌نومیال مرتبه سه است که فرم کلی آن به صورت زیر تعریف می‌شود (Hajirad et al; 2024a):

$$CET(t) = a_o + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (۷)$$

که در آن a_o، a_1، a_2 و a_3 پارامترهای معادله می‌باشند که باید بهینه گردند.

معیارهای ارزیابی

به‌منظور ارزیابی دقیق و کارایی مدل‌ها مورد مطالعه، از معیارهای ضریب همبستگی (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطا نرمال شده (NRMSE) و ضریب کارایی نش – ساتکلیف (NSE) استفاده شد (Shiri et al., 2014; Hajirad et al; 2024a):

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}(O_i - P_i)^2}{n}}{\overline{o}}} \quad (۸)$$

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^{n}(o_i - \overline{o})(p_i - \overline{p})]^2}{\sum_{i=1}^{n}(o_i - \overline{o})^2 \times \sum_{i=1}^{n}(p_i - \overline{p})^2} \quad (۹)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(p_i - \overline{p})^2} \quad (۱۰)$$

در این روابط، O_i مقادیر مشاهداتی، p_i مقادیر پیش‌بینی‌شده، $\overline{o}$ میانگین مقادیر مشاهداتی، $\overline{p}$ میانگین مقادیر پیش‌بینی‌شده و n تعداد داده‌ها می‌باشند. مقدار عددی ضریب کارایی نش- ساتکلیف بین منفی بینهایت تا یک متغیر است و هرچه به یک نزدیک‌تر باشد بیانگر آن است که مدل تخمین بهتری داشته است و هرچه به صفر نزدیکتر شود از دقت مدل کاسته می‌شود.

نتایج و بحث

روند تغییرات تبخیر-تعرق تجمعی (CET) محصول گندم در کلاس‌های ۱۲ گانه اگروکلیمایی بر اساس تاریخ کاشت و طول دوره رشد در شکل (۳) آورده شده است.

با توجه به شکل (۳) ملاحظه می‌گردد که منحنی تغییرات تبخیر-تعرق تجمعی گندم نسبت به زمان، در تمامی کلاس‌های ۱۲گانه، دارای الگوی افزایشی غیرخطی و سیگموئید شکل است؛ به‌طوری‌که در ابتدای فصل رشد، مقدار تبخیر-تعرق تجمعی کم بوده و با ورود به مراحل میانی رشد، شیب منحنی افزایش یافته و در انتهای دوره رشد، شیب منحنی کاهش پیدا می‌کند.

کلاس‌های زراعی با تاریخ کاشت زودتر (مانند کلاس‌های ۱۲ و ۱۳ که عمدتاً شامل تاریخ کاشت صفر الی ۲۷ روز) دارای طول دوره رشد متوسط تا طولانی هستند (۱۸۷ تا ۳۲۳ روز) مقادیر نهایی تبخیر-تعرق تجمعی، نسبت به سایر کلاس‌ها پایین‌تر می‌باشند. این وضعیت عمدتاً متناظر با مناطق سردتر کشور است که به دلیل دماهای پایین‌تر، سرعت فنولوژیکی رشد گندم کاهش یافته و طول فصل رشد افزایش می‌یابد.

در مقابل، کلاس‌هایی نظیر ۳۱، ۳۲ و ۳۳ که دارای تاریخ کاشت دیرتر و دوره‌های رشد طولانی‌تر هستند، بیشترین مقادیر تبخیر–تعرق تجمعی را نشان می‌دهند. این کلاس‌ها عموماً با مناطق گرمتر و کم‌ارتفاع کشور منطبق بوده و افزایش طول دوره رشد در این پهنه‌ها سبب افزایش تدریجی و ممتد تبخیر–تعرق تجمعی می‌گردد. همچنین کلاس‌های ۴۱ و ۴۲ که بیانگر تاریخ کاشت دیرهنگام و طول دوره رشد کم تا متوسط هستند، رفتار میانی داشته و مقادیر CET آن‌ها بین کلاس‌های فوق‌الذکر قرار می‌گیرد. به‌طور کلی، شکل (۲) نشان می‌دهد که طول دوره رشد، عامل اصلی کنترل‌کننده تبخیر–تعرق تجمعی گندم در مقیاس ملی است؛ به‌گونه‌ای که با افزایش طول دوره رشد (طبق طبقه‌بندی جدول ۲)، مقدار نهایی تبخیر–تعرق تجمعی افزایش می‌یابد. این نتایج بیانگر تأثیر همزمان شرایط اقلیمی، تاریخ کاشت و طول فصل رشد بر نیاز آبی گندم در پهنه‌های مختلف کشور بوده و اهمیت استفاده از کلاس‌های همگن اگروکلیمایی را در برنامه‌ریزی و مدیریت بهینه آبیاری محصول گندم در مقیاس ملی تأیید می‌کند.

برازش مدل‌های لجستیک سه‌پارامتری، گوسین و پلی‌نومیال مرتبه سه بر داده‌های نیاز آبی تجمعی محصول گندم در مقابل طول دوره رشد، برای مناطق همگن اگروکلیمایی در محیط R انجام شد و معادله‌های مربوطه استخراج شد. هر مدل توسط شاخص‌های ارزیابی R^2، NRMSE و NSE مورد ارزیابی قرار گرفتند. جدول (۲) نتایج ارزیابی کارآیی مدل‌های برآورد نیاز آبی تجمعی محصول گندم برای مناطق ۱۲ گانه اگروکلیمایی ذکر شده در سطح کشور را نشان می‌دهد.

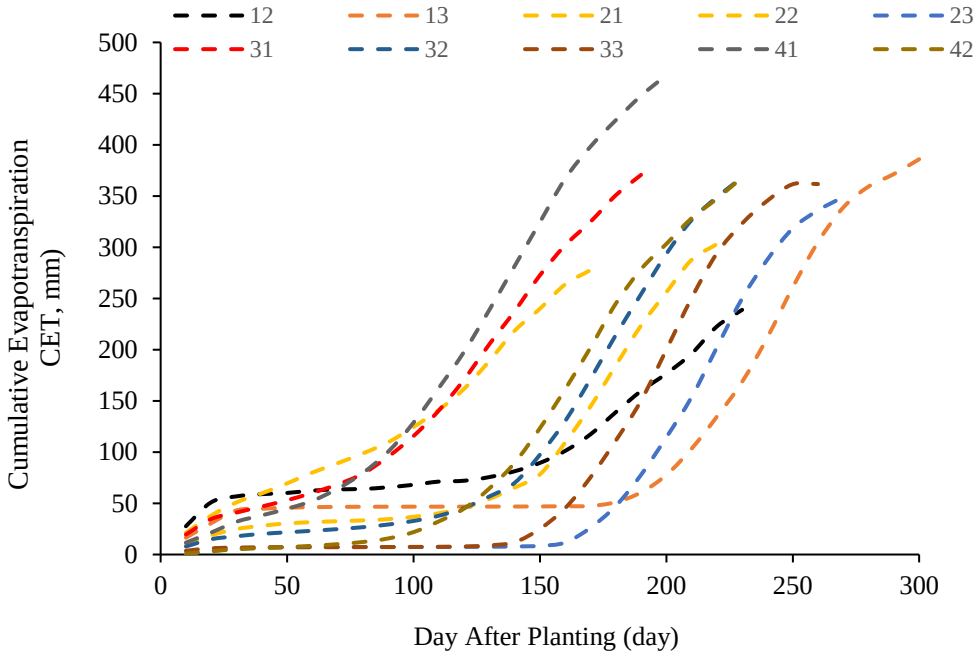


Fig. 3- Temporal variation of cumulative evapotranspiration of Zoning of agricultural classes

شکل ۳- تغییرات زمانی تبخیر - تعرق تجمعی محصول گندم در کلاس‌های زراعی مختلف

جدول ۲- نتایج مدل‌سازی نیاز آبی تجمعی محصول گندم

Table 2- Results of cumulative water requirement modeling of the Wheat

Wheat Class	Model	Equation	R^2	NRMSE	NSE
12	Polynomial	$CET = 0.000056\,t^3 - 0.01112\,t^2 + 0.7917\,t + 16.4191$	0.9968	0.0159	0.9968
	Logistic	$CET = \frac{118084}{1 + e^{-0.01229(t-738.8763)}}$	0.9417	0.0715	0.936
	Gaussian	$CET = 1933801.8105\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-1813.6185}{371.3926}\right)^2}$	0.9359	0.0747	0.9300
13	Polynomial	$CET = 0.000086\,t^3 - 0.0223\,t^2 + 1.587\,t - 11.035$	0.9902	0.0267	0.9902
	Logistic	$CET = \frac{34149.73}{1 + e^{-0.02873(t-403.1365)}}$	0.9813	0.0469	0.9698
	Gaussian	$CET = 600235.0062\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-801.2073}{144.1235}\right)^2}$	0.9824	0.0483	0.9680
21	Polynomial	$CET = 0.000092\,t^3 - 0.01502\,t^2 + 1.7719\,t + 6.893$	0.9985	0.0111	0.9985
	Logistic	$CET = \frac{1207.816}{1 + e^{-0.01495(t-242.9301)}}$	0.9930	0.0244	0.9929
	Gaussian	$CET = 4392.0925\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-633.4151}{200.588}\right)^2}$	0.9934	0.0238	0.9933
22	Polynomial	$CET = 0.00012\,t^3 - 0.02548\,t^2 + 1.7706\,t - 7.2828$	0.9975	0.0134	0.9975
	Logistic	$CET = \frac{182160.5}{1 + e^{-0.02013(t-524.737)}}$	0.9693	0.0536	0.9608
	Gaussian	$CET = 6405127.0055\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-1257.8023}{235.1284}\right)^2}$	0.9657	0.0569	0.9558
23	Polynomial	$CET = 0.000094\,t^3 - 0.02163\,t^2 + 1.3692\,t - 14.5807$	0.9938	0.0233	0.9937
	Logistic	$CET = \frac{365.3745}{1 + e^{-0.0534(t-205.6981)}}$	0.9983	0.0161	0.9970
	Gaussian	$CET = 318.3843\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-248.0756}{40.04903}\right)^2}$	0.9987	0.0165	0.9969
31	Polynomial	$CET = 0.00012\,t^3 - 0.009\,t^2 + 0.7671\,t - 8.6785$	0.9998	0.0044	0.9998
	Logistic	$CET = \frac{14908.93}{1 + e^{-0.02221(t-316.7323)}}$	0.9994	0.0078	0.9993
	Gaussian	$CET = 121869.7675\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-740.9643}{172.3547}\right)^2}$	0.9990	0.0102	0.0998
32	Polynomial	$CET = 0.00012\,t^3 - 0.019\,t^2 + 1.0565\,t - 3.6688$	0.9979	0.0137	0.9978
	Logistic	$CET = \frac{1608.282}{1 + e^{-0.02763(t-240.8492)}}$	0.9942	0.0245	0.9932
	Gaussian	$CET = 254798.4807\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-756.5035}{154.9993}\right)^2}$	0.9934	0.0260	0.9923
33	Polynomial	$CET = 0.000085\,t^3 - 0.01402\,t^2 + 0.556\,t - 0.7849$	0.9907	0.0306	0.9908
	Logistic	$CET = \frac{372.808}{1 + e^{-0.0551(t-187.5643)}}$	0.9992	0.0097	0.9991
	Gaussian	$CET = 329.32501\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-229.8331}{39.3871}\right)^2}$	0.9995	0.0086	0.9993
41	Polynomial	$CET = 0.0000012\,t^3 + 0.02118\,t^2 - 0.553\,t + 17.3$	0.9993	0.0085	0.9993
	Logistic	$CET = \frac{485.02}{1 + e^{-0.0354(t-115.742)}}$	0.9999	0.0030	0.9999
	Gaussian	$CET = 468.38335\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-189.4428}{63.914}\right)^2}$	0.9997	0.0055	0.9997
42	Polynomial	$CET = 0.000074\,t^3 - 0.0046\,t^2 + 0.01296\,t - 6.078$	0.9967	0.0181	0.9967
	Logistic	$CET = \frac{406.6208}{1 + e^{-0.0408(t-160.6130)}}$	0.9996	0.0076	0.9994
	Gaussian	$CET = 370.66789\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-220.23402}{54.06348}\right)^2}$	0.9991	0.0118	0.9986

با توجه به جدول (۲) و بر اساس شاخص‌های آماری ضریب تعیین (R^2) ریشه میانگین مربعات خطا (NRMSE) و ضریب کارایی نش–ساتکلیف (NSE) ملاحظه می‌شود که عملکرد هر سه مدل لجستیک، گوسین و چندجمله‌ای مرتبه سوم در برآورد نیاز آبی تجمعی محصول گندم در تمامی کلاس‌های زراعی کشور در سطح بسیار مطلوبی قرار داشته و از اعتبار و دقت بالایی برخوردار است. همچنین نتایج این بخش با یافته‌های Hajirad et al. (2024b) در زمینه عملکرد مدل‌های ریاضی در برآورد نیاز آبی محصول گندم مطابقت دارد. به‌طور کلی، مقادیر بالای R^2 و NSE و مقادیر پایین خطا در تمامی کلاس‌ها نشان‌دهنده انطباق مناسب مدل‌ها با داده‌های مشاهده‌شده و توانایی آن‌ها در شبیه‌سازی روند زمانی نیاز آبی تجمعی گندم می‌باشد

در کلاس ۱۲ که نمایانگر تاریخ کاشت زودهنگام و طول دوره رشد کوتاه‌تر است، هر سه مدل عملکرد مناسبی داشته‌اند. مقادیر R^2 بین ۰/۹۳۵۹ تا ۰/۹۹۶۸، NRMSE بین ۰/۰۱۵۹ تا ۰/۰۷۴۷ و NSE بین ۰/۹۳۰۰ تا ۰/۹۹۶۸ متغیر بوده است. مدل چندجمله‌ای مرتبه سوم با بیشترین مقدار R^2 و NSE و کمترین میزان خطا، بهترین برازش را ارائه داده است، در حالی که مدل‌های لجستیک و گوسین نیز با وجود دقت کمتر، عملکرد قابل قبول و تطابق نسبتاً خوبی با داده‌های تجربی داشته‌اند.

در کلاس ۱۳ که شرایط اقلیمی مشابه کلاس ۱۲ ولی با افزایش نسبی طول دوره رشد را شامل می‌شود، مقادیرR^2 بین ۰/۹۸۱۳ تا ۰/۹۹۰۲، NRMSE بین ۰/۰۲۶۷ تا ۰/۰۴۶۹ و NSE بین ۰/۹۶۹۸ تا ۰/۹۹۰۲ است. هر سه مدل عملکرد بالایی نشان می‌دهند، اما مدل لجستیک نسبت به دو مدل دیگر تطابق بهتری با داده‌ها دارد و توانایی آن در شبیه‌سازی تغییرات نیاز آبی تجمعی با طول دوره رشد نسبتاً طولانی‌تر افزایش یافته است.

در کلاس‌های ۲۱، ۲۲ و ۲۳ که عمدتاً نمایانگر شرایط میانی از نظر تاریخ کاشت و طول دوره رشد هستند، با افزایش طول دوره رشد محصول، مقادیر تبخیر–تعرق تجمعی و دقت مدل‌ها بهبود یافته است. در این کلاس‌ها، مقادیرR^2 بین ۰/۹۹۲۹ تا ۰/۹۹۸۷، NRMSE بین ۰/۰۱۱۱ تا ۰/۰۲۴۴ و NSE بین ۰/۹۹۲۹ تا ۰/۹۹۸۵ قرار دارند. مدل چندجمله‌ای مرتبه سوم همچنان بالاترین دقت آماری را ارائه می‌دهد، اما مدل لجستیک با اختلاف ناچیز عملکردی بسیار نزدیک دارد و از نظر فیزیکی–بیولوژیکی نیز مناسب‌تر است. مدل گوسین اگرچه از نظر آماری قابل قبول است، اما تنها در بخش محدودی از دامنه زمانی قادر به شبیه‌سازی دقیق نیاز آبی تجمعی می‌باشد.

در کلاس‌های ۳۱، ۳۲ و ۳۳ که طول دوره رشد بلندتر و مرتبط با مناطق سردتر و مرتفع‌تر کشور هستند، دقت هر سه مدل به حداکثر می‌رسد. در این کلاس‌ها، مقادیر R^2 بین ۰/۹۹۲۳ تا ۰/۹۹۹۸، NRMSE بین ۰/۰۰۴۴ تا ۰/۰۲۶۰ و NSE بین ۰/۹۹۳۲ تا ۰/۹۹۹۸ است که نشان‌دهنده تطابق بسیار دقیق مدل‌ها با داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد. افزایش طول دوره رشد موجب پایداری بیشتر روند تجمعی تبخیر–تعرق و افزایش دقت مدل‌ها، به‌ویژه مدل لجستیک، می‌گردد.

در کلاس‌های ۴۱ و ۴۲ که نمایانگر تاریخ کاشت دیرهنگام و طول دوره رشد کم تا متوسط هستند، نتایج آماری همچنان مؤید عملکرد بسیار مطلوب مدل‌ها است. مدل لجستیک با حفظ شکل Sمانند خود در کل طول دوره رشد توانسته است تغییرات نیاز آبی تجمعی گندم را با دقت بالا شبیه‌سازی کند، در حالی که مدل‌های گوسین و چندجمله‌ای اگرچه آماری دقیق دارند، اما از نظر ساختار تابع، تنها در بخشی از دامنه زمانی کاربرد فیزیکی دارند. به‌طور کلی، همان‌گونه که در تمامی کلاس‌های زراعی مشاهده می‌شود، شکل کلی تغییرات نیاز آبی تجمعی گندم نسبت به زمان، سیگموئیدی بوده و محل نقطه عطف منحنی با توجه به شرایط اقلیمی، تاریخ کاشت و طول دوره رشد در کلاس‌های مختلف متفاوت است. در کل می‌توان گفت که اگرچه هر سه مدل از دقت آماری بالایی برخوردارند، اما مدل لجستیک به دلیل حفظ شکل فیزیکی–بیولوژیکی مناسب در کل طول دوره رشد، نسبت به مدل‌های گوسین و چندجمله‌ای مرتبه سوم، گزینه مناسب‌تر و عملی‌تری برای مدل‌سازی و برآورد نیاز آبی تجمعی محصول گندم در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی کشور محسوب می‌شود.

همچنین، تحلیل‌های مکانی نتایج نشان می‌دهد که تفاوت در ضرایب مدل‌های توسعه‌یافته، به‌ویژه مدل لجستیک، ریشه در تنوع اقلیمی گسترده ایران بر اساس طبقه‌بندی دومارتن توسعه‌یافته دارد؛ به‌طوری که در پهنه‌های فراخشک (Extra Arid) که طبق مطالعه Rahimi et al. (2013) بیش از ۶۵ درصد مساحت کشور را تشکیل می‌دهند، نقطه عطف نیاز آبی (t_0) به دلیل دمای بالاتر و تبخیر سریع‌تر، در زمان کوتاه‌تری نسبت به پهنه‌های مدیترانه‌ای و نیمه‌مرطوب رخ می‌دهد. با انطباق کلاس‌های ۱۲گانه زراعی بر نقشه‌های اقلیمی دومارتن توسعه‌یافته، مشخص گردید که مدل‌های ارائه شده به‌خوبی توانسته‌اند واکنش بیولوژیک گیاه گندم را به گرادیان اقلیمی شمال به جنوب و غرب به شرق کشور منعکس کنند. لازم به ذکر است که یافته‌های این بخش با نتایج حاصل از پژوهش Rahimi et al. (2013) از نظر طبقه‌بندی اقلیمی هم–خوانی دارد.

با توجه به روند تغییر اقلیم در ایران و جابجایی احتمالی مرزهای اقلیمی به سمت شرایط خشک‌تر و گرم‌تر (مانند تبدیل اقلیم‌های فراخشک–سرد به فراخشک–گرم)، استفاده از این مدل‌های ریاضی با پارامترهای فیزیکی معنادار، ابزاری استراتژیک برای مدیریت منابع آب در آینده محسوب می‌شود. از آنجا که طبق پیش‌بینی‌های اقلیمی، بخش‌های وسیعی از کشور در دهه‌های آتی با افزایش نیاز تبخیر– تعرق مواجه خواهند بود، دقت بالای مدل لجستیک در شبیه‌سازی نیاز آبی تجمعی (باNRMSE بسیار پایین در تمامی کلاس‌ها)، تضمین‌کننده پایداری برنامه‌ریزی آبیاری در شرایط تنش‌های اقلیمی پیش‌رو و تغییرات پهنه‌بندی‌های زراعی خواهد بود.

نتیجه‌گیری

مدل‌سازی نیاز آبی گندم به عنوان یک ابزار کلیدی در مدیریت هوشمند سامانه‌های آبیاری و بهینه‌سازی مصرف آب در بخش کشاورزی اهمیت راهبردی دارد. پژوهش حاضر با هدف توسعه مدل‌های ریاضی برای برآورد نیاز آبی تجمعی گندم در پهنه‌های همگن اگروکلیمایی ایران انجام شد. نتایج این بررسی بر اساس شاخص‌های آماری R^2، NRMSE و NSE نشان داد که عملکرد هر سه مدل لجستیک، گوسین و چندجمله‌ای مرتبه سوم در تمامی کلاس‌های زراعی کشور در سطح بسیار مطلوبی قرار داشته و از اعتبار و دقت بالایی برخوردار است. با این حال، با توجه به خصوصیات فیزیکی و بیولوژیکی رشد گیاه، مدل لجستیک سه پارامتری به دلیل حفظ شکل سیگموئیدی و تطابق کامل با روند تغییرات تجمعی تبخیر-تعرق در طول کل دوره رشد، نسبت به دو مدل دیگر برتری دارد. این مدل برخلاف مدل‌های گوسین و چندجمله‌ای که تنها در بخشی از دامنه زمانی کاربرد فیزیکی دارند، رفتار واقعی نیاز آبی گیاه را از ابتدا تا انتهای دوره رشد به درستی شبیه‌سازی می‌کند. با استفاده از مدل‌های ارائه شده در این پژوهش، می‌توان نیاز آبی گندم را در هر لحظه از دوره رشد و در پهنه‌های مختلف اقلیمی کشور، بدون نیاز به داده‌های هواشناسی متعدد و محاسبات پیچیده معادله استاندارد فائو-پنمن-مونتیث، با دقت بالایی پیش‌بینی نمود. این رویکرد به کاربران و برنامه‌ریزان اجازه می‌دهد تا با کمترین دانش فنی و صرف کمترین زمان و هزینه، نیاز آبی محصول را تخمین زده و با بهبود برنامه‌ریزی آبیاری، گامی مؤثر در جهت افزایش بهره‌وری مصرف آب و تحقق کشاورزی پایدار در مناطق خشک و نیمه‌خشک کشور بردارند.

علاوه بر دقت آماری بالا، ویژگی بارز مدل‌های توسعه‌یافته در این پژوهش، انطباق‌پذیری آن‌ها با تنوع اقلیمی گسترده ایران است. با توجه به پیش‌بینی‌های مبتنی بر طبقه‌بندی دومارتن توسعه‌یافته مبنی بر روند بیابان‌زایی و گرم‌تر شدن پهنه‌های اقلیمی کشور، پارامترهای مدل لجستیک به دلیل ماهیت بیولوژیکی، پایداری خود را در شرایط تغییر اقلیم حفظ می‌کنند. لذا این مدل‌ها نه تنها برای شرایط کنونی، بلکه به عنوان ابزاری پویا برای برنامه‌ریزی آبیاری در دهه‌های آتی و در مواجهه با جابجایی مرزهای اقلیمی، برای حفظ امنیت غذایی و پایداری منابع آب در مقیاس ملی پیشنهاد می‌شوند.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ گونه تضاد منافعی در خصوص نگارش و انتشار مطالب و نتایج این پژوهش ندارند.

منابع مالی

نویسندگان هیچ گونه حمایت مالی برای تحقیق، تالیف و انتشار این مقاله دریافت نکردند.

دسترسی به داده‌ها

همه اطلاعات و نتایج در متن مقاله ارائه شده است.

مشارکت نویسندگان

نویسنده اول: مینا کاظم‌پور، انجام آزمایش‌ها، تحلیل اولیه داده‌ها، تهیه پیش‌نویس نسخه اولیه مقاله.

نویسنده دوم: عرفان فضلی، کدنویسی و تجزیه و تحلیل نتایج.

نویسنده سوم: خالد احمدآلی، طراحی تحقیق، برنامه‌ریزی و نظارت بر آزمایش‌ها، بررسی نهایی نتایج، اصلاح نهایی مقاله.

نویسنده چهارم: عبدالمجید لیاقت، برنامه‌ریزی و نظارت بر آزمایش‌ها، بررسی نهایی نتایج.

نویسنده پنجم: ایمان حاجی‌راد، تحلیل اولیه داده‌ها، تهیه پیش‌نویس نسخه اولیه مقاله.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مراتب تشکر و قدردانی خود را از دانشگاه تهران ابراز می‌دارند.

Refrences

1- Ahmadaali, K., Ramezani Etedali, H., and Pourmohseni, A., 2019. Estimation of crop evapotranspiration and water requirement over different agro-climatic conditions (Case study: Qom province). *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, *12*(6), pp.1448-1462. (In Persian).

2- Ahmadaali, K., Eskandari Damaneh, H., Ababaei, B. and Eskandari Damaneh, H., 2021. Impacts of droughts on rainfall use efficiency in different climatic zones and land uses in Iran. *Arabian Journal of Geosciences*, *14*(2), p.126. https://doi.org/10.1007/s12517-020-06389-1

3- Ahmadaali, K., Liaghat, A.M., Heydari, N. and Haddad, O.B., 2013. Application of artificial neural network and adaptive neural-based fuzzy inference system techniques in estimating of virtual water. *International Journal of Computer Applications*, *76*(6). https://doi.org/10.5120/13250-0715

4- Ebrahimi-Pak, N., Tafteh, A., Hosseini, N., & Keykhaii, F. 2022. *Water requirement system (Samaneh Niyaz Ab)*. Soil and Water Research Institute. http://niwr.ir (In Persian).

5- Fischer, G., Shah, M., van Velthuizen, H. and Nachtergaele, F., 2006. *Agro-ecological zones assessments*. Oxford: Eolss Publishers.

6- Hajirad, I., Ahmadaali, K. and Liaghat, A., 2024a. Evaluation of Nonlinear Growth Functions in the Description of Leaf Area Index. *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, *18*(1), pp.173-184. (In Persian)

7- Hajirad, I., Ahmadaali, K. and Liaghat, A., 2025a. Crop yield and water productivity modeling using nonlinear growth functions. *Scientific Reports*, *15*(1), p.30087. https://doi.org/10.1038/s41598-025-16096-0

8- Hajirad, I., Ahmadaali, K. and Liaghat, A.M., 2024b. Mathematical Modeling of the Evapotranspiration of Common Crops in Different Latitudes of Iran. *Iran-Water Resources Research*, *19*(5), pp.51-61. (In Persian). https://doi.org/10.22034/iwrr.2023.183123

9- Hajirad, I., Ahmadaali, K., Liaghat, A., Pourgholam-Amiji, M. and Collins, B., 2025b. Logistic Modelling of Silage Maize LAI Dynamics Under Different Irrigation Regimes: A Strategy for Optimizing Crop Yield. *Irrigation and Drainage*, *74*(5), pp.2267-2278. https://doi.org/10.1002/ird.70020

10- Jonsson, P. and Eklundh, L., 2002. Seasonality extraction by function fitting to time-series of satellite sensor data. *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, *40*(8), pp.1824-1832. https://doi.org/10.1109/TGRS.2002.802519

11- Naorem, A., Jayaraman, S., Dang, Y.P., Dalal, R.C., Sinha, N.K., Rao, C.S. and Patra, A.K., 2023. Soil constraints in an arid environment—challenges, prospects, and implications. *Agronomy*, *13*(1), p.220. https://doi.org/10.3390/agronomy13010220

12- Neamatollahi, E., Bannayan, M., Jahansuz, M.R., Struik, P. and Farid, A., 2012. Agro-ecological zoning for wheat (Triticum aestivum), sugar beet (Beta vulgaris) and corn (Zea mays) on the Mashhad plain, Khorasan Razavi province. *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science*, *15*(1), pp.99-112. https://doi.org/10.1016/j.ejrs.2012.05.002

13- Pereira, O.C.N. and Bertonha, A., 2019. Modeling accumulated evapotranspiration over time. *Water Chemistry*, p.69. https://doi.org/10.5772/intechopen.86913

14- Pereira, O.C.N., da Costa Periera, P.V., Bertonha, A. and Previdelli, I.T.S., 2018. Longitudinal data analysis of stevia rebaudiana evapotranspiration according to water levels. *Brazilian Journal of Biometrics*, *36*(4), pp.791-801. https://doi.org/10.28951/rbb.v36i4.306

15- Pereira, O.C.N., Suguiura, T.P.D.S., Pereira, A.P., Bertonha, A. and Previdelli, I., 2019. Analysis of lettuce evapotranspiration across soil water. *Natural Resource Modeling*, *32*(2), p.e12197. https://doi.org/10.1111/nrm.12197

16- Pinheiro, J.C. and Bates, D.M., 2000. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. New York, NY: Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0318-1

17- Rahimi, J., Ebrahimpour, M. and Khalili, A., 2013. Spatial changes of extended De Martonne climatic zones affected by climate change in Iran. *Theoretical and applied climatology*, *112*(3), pp.409-418. https://doi.org/10.1007/s00704-012-0741-8

18- Ramezani Etedali, H., Ahmadaali, K., Gorgin, F. and Ababaei, B., 2019. Optimization of the cropping pattern of main cereals and improving water productivity: application of the water footprint concept. *Irrigation and Drainage*, *68*(4), pp.765-777. https://doi.org/10.1002/ird.2362

19- Shiri, J., Nazemi, A.H., Sadraddini, A.A., Landeras, G., Kisi, O., Fard, A.F. and Marti, P., 2014. Comparison of heuristic and empirical approaches for estimating reference evapotranspiration from limited inputs in Iran. *Computers and Electronics in Agriculture*, *108*, pp.230-241. https://doi.org/10.1016/j.compag.2014.08.007

20- Tolomio, M. and Casa, R., 2020. Dynamic crop models and remote sensing irrigation decision support systems: A review of water stress concepts for improved estimation of water requirements. *Remote Sensing*, *12*(23), p.3945. https://doi.org/10.3390/rs12233945

21- Van Wart, J., van Bussel, L.G., Wolf, J., Licker, R., Grassini, P., Nelson, A., Boogaard, H., Gerber, J., Mueller, N.D., Claessens, L. and van Ittersum, M.K., 2013. Use of agro-climatic zones to upscale simulated crop yield potential. *Field crops research*, *143*, pp.44-55. https://doi.org/10.1016/j.fcr.2012.11.023

22- Yu, H., Huang, M., Zhao, T., Wang, J., Li, Z., Chen, D., Li, P., Luo, Y., Wang, H., Jing, Z. and Mou, D., 2022. Analysis of agricultural production potential and enhancement strategy in the Qaidam Basin based on the Agro-Ecological Zone method. *Frontiers in Environmental Science*, *10*, p.908888. https://doi.org/10.3389/fenvs.2022.908888

پذیرفته شده قبل از انتشار

EXTENDED ABSTRACT

Development of Mathematical Models for Estimating the Water Requirements of Wheat in Homogeneous Agroclimatic Zones

M. Kazempour[1], E. Fazli[2], K. Ahmadaali[3*], A. Liaghat[4] and I. Hajirad[5]

1-Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.
2-Research, Soil and Water Research Institute, Agricultural Research Education and Extension Organization (AREEO), Karaj, Iran.
3- Corresponding Author, Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran. (khahmadauli@ut.ac.ir)*
4-Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.
5-Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.

ARTICLE INFO

Article history:
Received:
Revised:
Accepted:
Available online:

Keywords: Mathematical modeling; cumulative water requirement; growing period length; evapotranspiration; planting date.

TO CITE THIS ARTICLE:

Abstract

With the rapid growth of the global population and the increasing demand for food production, unprecedented pressure has been exerted on limited water and soil resources. This challenge is particularly critical in arid and semi-arid regions such as Iran, where efficient and intelligent water resources management has become a vital necessity. The main objective of this study was to develop and evaluate mathematical models for estimating the cumulative water requirement of wheat as a function of time within homogeneous agroclimatic zones at the national scale, in order to provide a simple yet accurate tool for irrigation planning. To this end, water requirements were calculated using data from the National Crop and Orchard Water Requirement System based on the FAO Penman–Monteith standard equation. Given the sigmoidal (S-shaped) pattern of cumulative water requirement changes over the growing period, three mathematical models—namely the three-parameter logistic, Gaussian, and third-order polynomial models—were selected and tested across 12 different agricultural classes in the country. Model performance was evaluated using the coefficient of determination (R^2), normalized root mean square error (NRMSE), and Nash–Sutcliffe efficiency (NSE). The results demonstrated that all three models exhibited very high accuracy across all agricultural classes. However, further technical analysis revealed that despite their comparable statistical accuracy, the logistic model is more practical and suitable than the Gaussian and third-order polynomial models for continuous modeling and estimation of cumulative wheat water requirements, as it preserves a physically and biologically meaningful form throughout the entire growing period. These models enable accurate estimation of water requirements at any time interval during the growing season and represent an effective step toward achieving sustainable agriculture and improving water use efficiency across different regions of the country.

Introduction

Population growth and increasing food demand have intensified pressure on limited water and soil resources, particularly in arid and semi-arid regions such as Iran (Naorem et al., 2023; Neamatollahi et al., 2012). Sustainable agricultural production in these regions requires efficient water management and improved irrigation planning. Agroclimatic zoning provides an effective framework for identifying homogeneous agricultural regions based on climatic and phenological conditions, thereby supporting optimized agricultural management (Fischer et al., 2006; Van Wart et al., 2013).

Evapotranspiration is one of the most important components of the agricultural water balance and plays a critical role in estimating crop water requirements and irrigation scheduling (Ahmadaali et al., 2019). Although the FAO Penman–Monteith method is recognized as the standard approach for estimating evapotranspiration, its application requires extensive climatic data and complex calculations. Therefore, simplified mathematical models with fewer input variables are increasingly needed for practical irrigation management.

Previous studies demonstrated that nonlinear growth models such as logistic and Gaussian functions can effectively represent biological and agricultural processes (Hajirad et al., 2024). However, limited studies have focused on modeling cumulative crop water requirements as a function of time within homogeneous agroclimatic zones. Accordingly, the present study aimed to develop and evaluate mathematical models for estimating cumulative wheat water requirements across homogeneous agroclimatic zones in Iran.

Methodology

The study was conducted across Iran using data from 790 spatially distributed locations obtained from the National Crop and Orchard Water Requirement System (Ebrahimi-Pak et al., 2022). Crop water requirements were estimated based on the FAO Penman–Monteith approach using meteorological, phenological, and soil datasets.

Iran was classified into 12 homogeneous agroclimatic zones according to planting date and growing period length for wheat cultivation. Within each zone, cumulative evapotranspiration (CET) values were averaged during the crop growth period.

Three mathematical models, including logistic, Gaussian, and third-order polynomial models, were selected to simulate cumulative water requirement trends because of the observed sigmoidal behavior of CET over time. Model performance was evaluated using coefficient of determination (R^2), normalized root mean square error (NRMSE), and Nash–Sutcliffe efficiency (NSE).

Results and Discussion

The results showed that cumulative evapotranspiration of wheat followed a nonlinear sigmoidal trend in all agroclimatic classes. At the early growth stages, CET values were low, followed by a rapid increase during the middle growth period and stabilization toward the end of the season.

Agroclimatic classes with earlier planting dates and longer growing periods generally exhibited lower final CET values because of cooler climatic conditions. Conversely, warmer regions with delayed planting dates showed higher cumulative evapotranspiration values due to increased evaporative demand and longer effective growth durations.

All three models demonstrated high predictive performance across the agroclimatic classes. The statistical indicators showed high R^2 and NSE values along with low NRMSE values, indicating strong agreement between observed and estimated data. The polynomial model often produced the highest statistical accuracy, whereas the Gaussian model showed acceptable but relatively limited physical applicability across the entire growth period.

Among the evaluated approaches, the logistic model was identified as the most practical and biologically meaningful model for continuous estimation of cumulative wheat water requirements. Its sigmoidal structure successfully represented the temporal dynamics of evapotranspiration throughout the whole growth period. These findings are consistent with previous studies on nonlinear growth modeling in agricultural systems (Pereira et al., 2018; Hajirad et al., 2024).

Spatial analyses also indicated that the model parameters reflected Iran's climatic diversity based on the extended De Martonne climate classification (Rahimi et al., 2013). The developed models effectively captured the response of wheat water requirements to climatic gradients across the country and may therefore be useful for future climate change adaptation strategies.

Conclusion

This study successfully developed nonlinear mathematical models for estimating cumulative wheat water requirements in homogeneous agroclimatic zones of Iran. The results demonstrated that logistic, Gaussian, and third-order polynomial models all provided highly accurate estimations of cumulative evapotranspiration. Although the polynomial model showed slightly higher statistical performance in some agroclimatic classes, the logistic model proved to be the most suitable approach because it preserved the physical and biological characteristics of crop water requirement dynamics throughout the entire growth period. The proposed models provide a practical and simplified alternative for estimating wheat water requirements without requiring extensive meteorological datasets or complex calculations. Therefore, they can improve irrigation planning, enhance water productivity, and support sustainable agricultural management in arid and semi-arid regions. Furthermore, due to their compatibility with different climatic conditions, these models can contribute to future irrigation management under climate change scenarios.

Conflict of Interest

The authors declared no potential conflicts of interest concerning the research, authorship, and publication of this article. Confirmation.

Funding

The financial support of this research has been provided by Grant number SCU-2018.

Data Availability Statements

The datasets generated and/or analyzed during the current study are available from the corresponding author on reasonable request.

Authors' contribution

First Author: Mina Kazempour, conducting experiments, preliminary data analysis, drafting the initial version of the manuscript.
Second Author: Erfan Fazli, Topic selection, research design, approval of the final version of the manuscript.
Third Author: Khaled Ahmadaali, Research design, planning, and supervision of experiments, final review of results, final revision of the manuscript.
Fourth Author: Abdolmajid Liaghat, planning and supervision of experiments, final review of results.
Fifth Author: Iman Hajirad, preliminary data analysis, drafting the initial version of the manuscript.

Acknowledgement

The authors would like to express their gratitude to University of Tehran.

References

1- Ahmadaali, K., Ramezani Etedali, H., and Pourmohseni, A., 2019. Estimation of crop evapotranspiration and water requirement over different agro-climatic conditions (Case study: Qom province). *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, *12*(6), pp.1448-1462. (In Persian).

2- Ebrahimi-Pak, N., Tafteh, A., Hosseini, N., & Keykhaii, F. 2022. *Water requirement system (Samaneh Niyaz Ab)*. Soil and Water Research Institute. http://niwr.ir (In Persian).

3- Fischer, G., Shah, M., van Velthuizen, H. and Nachtergaele, F., 2006. *Agro-ecological zones assessments*. Oxford: Eolss Publishers.

4- Hajirad, I., Ahmadaali, K. and Liaghat, A., 2024. Evaluation of Nonlinear Growth Functions in the Description of Leaf Area Index. *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, *18*(1), pp.173-184. (In Persian)

5- Naorem, A., Jayaraman, S., Dang, Y.P., Dalal, R.C., Sinha, N.K., Rao, C.S. and Patra, A.K., 2023. Soil constraints in an arid environment—challenges, prospects, and implications. *Agronomy*, *13*(1), p.220. https://doi.org/10.3390/agronomy13010220

6- Neamatollahi, E., Bannayan, M., Jahansuz, M.R., Struik, P. and Farid, A., 2012. Agro-ecological zoning for wheat (Triticum aestivum), sugar beet (Beta vulgaris) and corn (Zea mays) on the Mashhad plain, Khorasan Razavi province. *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science*, *15*(1), pp.99-112. https://doi.org/10.1016/j.ejrs.2012.05.002

7- Pereira, O.C.N., da Costa Periera, P.V., Bertonha, A. and Previdelli, I.T.S., 2018. Longitudinal data analysis of stevia rebaudiana evapotranspiration according to water levels. *Brazilian Journal of Biometrics*, *36*(4), pp.791-801. https://doi.org/10.28951/rbb.v36i4.306

8- Pereira, O.C.N., Suguiura, T.P.D.S., Pereira, A.P., Bertonha, A. and Previdelli, I., 2019. Analysis of lettuce evapotranspiration across soil water. *Natural Resource Modeling*, *32*(2), p.e12197. https://doi.org/10.1111/nrm.12197

9- Rahimi, J., Ebrahimpour, M. and Khalili, A., 2013. Spatial changes of extended De Martonne climatic zones affected by climate change in Iran. *Theoretical and applied climatology*, *112*(3), pp.409-418. https://doi.org/10.1007/s00704-012-0741-8

10- Van Wart, J., van Bussel, L.G., Wolf, J., Licker, R., Grassini, P., Nelson, A., Boogaard, H., Gerber, J., Mueller, N.D., Claessens, L. and van Ittersum, M.K., 2013. Use of agro-climatic zones to upscale simulated crop yield potential. *Field crops research*, *143*, pp.44-55. https://doi.org/10.1016/j.fcr.2012.11.023